

**MODELOWANIE MATEMATYCZNE
W FIZYCE I TECHNICIE**

Częstochowa 2015

Redakcja naukowa:

Andrzej Grzybowski
Stanisław Kukła

Redakcja techniczna:

Urszula Siedlecka
Izabela Zamorska

Projekt okładki

Tomasz Błaszczuk
Jock Cooper, www.fractal-recurrious.com

Komitety Naukowy:

Tomasz Błaszczuk PCz
Zbigniew Domański PCz
Andrzej Drzewiński UZ
Andrzej Grzybowski PCz
Małgorzata Klimek PCz
Bogdan Kopytko PCz
Stanisław Kukła PCz
Jacek Leszczyński AGH
Antoni Pierzchalski UŁ
Zbigniew Pozorski PP
Grażyna Rygał AJD
Norbert Szczygiel PCz

Komitety Organizacyjny:

Marek Błasik
Tomasz Błaszczuk
Andrzej Grzybowski
Adam Kulawik
Jolanta Pozorska
Zbigniew Pozorski
Urszula Siedlecka
Krzysztof Sokół
Izabela Zamorska

Opracowano na podstawie materiałów przesłanych przez Autorów

ISBN 978-83-65179-10-4

© Copyright by Wydawnictwo Wydziału Zarządzania
Politechniki Częstochowskiej
Częstochowa 2015



Wydawnictwo Wydziału Zarządzania Politechniki Częstochowskiej
42-200 Częstochowa, al. Armii Krajowej 36 B
tel. 34 325 04 80, dystrybucja 34 325 08 67
e-mail: wyd.wz@zim.pcz.pl
Wydanie I; B5. Nakład 100 egz.

Konferencja Modelowanie Matematyczne w Fizyce i Technice, Częstochowa - Hucisko 2015, jest organizowana przez Oddział Częstochowski Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Instytut Matematyki Politechniki Częstochowskiej.

Trudno wyobrazić sobie dziś badania naukowe w zakresie mechaniki, informatyki, elektroniki, biologii, chemii i innych dyscyplin nauki bez modelowania matematycznego – stanowi ono fundamentalny element wszelkich analiz formalno – teoretycznych. Nasze spotkanie jest już siódmą platformą wymiany myśli i dyskusji związanych z taką właśnie problematyką.

Uczestnikami konferencji są pracownicy naukowcy, doktoranci i studenci wielu czołowych ośrodków akademickich w kraju oraz zaprzyjaźnionych uczelni zagranicznych. Są wśród nich: Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ivano-Frankivsk (Ukraina), Uniwersytet Łódzki, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie, Uniwersytet Zielonogórski, Politechnika Poznańska oraz Politechnika Częstochowska.

Organizatorzy

SPIS TREŚCI

<i>Kamila Bartłomiejczyk</i> Formalny model translukacji struktur łańcuchowych przez otwór w membranie – podejście stochastyczne	9
<i>Grzegorz Biernat, Sylwia Lara-Dziembek, Edyta Pawlak</i> Application of the symmetric polynomials in the three - dimensional Fourier equation	10
<i>Marek Blasik</i> Numeryczne rozwiązanie problemu z ruchomym brzegiem dla równania subdyfuzji w modelowaniu uwalniania leków	12
<i>Tomasz Błaszczak, Mariusz Ciesielski, Jacek Leszczyński</i> A review of numerical methods for fractional variational equations	14
<i>Dawid Cekus, Izabela Zamorska, Mateusz Miara</i> Wpływ parametrów szczeliny na drgania swobodne belki Bernoullego-Eulera	16
<i>Tomasz Derda</i> Statystyka procesów niszczenia w układach nanofilarów ze stochastycznym transferem obciążenia	18
<i>Andrzej Drzewiński, Tomasz Masłowski</i> Kinetic Monte Carlo simulations of the anhydrous proton conductivity under pressure	20
<i>Robert Dyja, Andrzej Grosser, Piotr Jeruszka</i> Analiza wydajności algorytmów rozwiązywania układów równań na podstawie symulacji numerycznej krzepnięcia	22
<i>Rafał Grycuk</i> Object descriptor based on surf and clustering algorithms for content-based image retrieval	24
<i>Rafał Grycuk, Rafał Scherer, Marcin Gabryel</i> Novel approach for image description based on edge detection and blob extraction	26

<i>Andrzej Grzybowski, Piotr Puchala</i> Generating Young measures associated with simple functions – some new concepts and applications	28
<i>Anna Jaskot, Bogdan Posiadała</i> Model kinematyki czterokołowej platformy mobilnej	30
<i>Michał Knop, Wojciech K. Mleczko, Tomasz Kapuściński</i> Restricted Boltzman Machine for Video Key Frame Detection	32
<i>Bohdan Kopytko, Roman Shevchuk</i> Generalized diffusion processes on a line with discontinuous local characteristics and sample paths	33
<i>Stanisław Kukla, Urszula Siedlecka</i> Fractional heat conduction in spherical coordinate	35
<i>Adam Kulawik, Henryk Adrian</i> Wpływ doboru metod obliczania pochodnych na wyniki symulacji procesu krzepnięcia	37
<i>Jolanta Lipińska</i> Pseudogrupy przekształceń w przestrzeniach topologicznych dyskretnych	38
<i>Maria Lupa</i> Funkcje spełniające uogólniony warunek Höldera i ich własności	39
<i>Michał Macherzyński, Kwiryn Wojsyk, Marek Gucwa</i> Modelowanie energii liniowej spawania wielkością pól poprzecznych spoin i napoin	41
<i>Mateusz Marzec, Tomasz Domański</i> Modelowanie matematyczne w projektowaniu stanowiska do pomiaru ugięcia profili ze stopów metali nieżelaznych	43
<i>Grzegorz Michalski</i> Zastosowanie architektur wielordzeniowych w komputerowych symulacjach zjawisk termomechanicznych	45

<i>Marzena Ogórek, Grzegorz Biernat, Tadeusz Frączek, Marcin Knapiński</i> Wielomianowa interpolacja uzyskanej głębokości dyfuzji azotu na podłożu azotowanej jonowo stali austenitycznej X5CrNi18-10	47
<i>Jacek Piątkowski</i> Metoda wizualizacji danych pomiarowych reprezentujących procesy o zmienności amplitudowo-fazowej	49
<i>Wiesława Piekarska, Dorota Goszczyńska, Zbigniew Saternus</i> Analityczne metody określania własności mechanicznych połączeń spawanych ze stali o podwyższonej wytrzymałości	51
<i>Wiesława Piekarska, Zbigniew Saternus, Marcin Kubiak</i> Modelowanie numeryczne deformacji złącza spawanego źródłem hybrydowym	52
<i>Antoni Pierzchalski</i> Konstrukcja naturalnych warunków brzegowych dla operatorów różniczkowych	54
<i>Jolanta Pozorska, Zbigniew Pozorski</i> O zastosowaniu funkcji naprężeń Airy’ego do analizy problemu lokalnej utraty stateczności	55
<i>Grażyna Rygał</i> Ciekawe rozwiązania zadań wiążących wiedzę z matematyki i fizyki	57
<i>Olga Siedlecka-Lamch, Mirosław Kurkowski, Jacek Piątkowski</i> Security protocol analysis with the use of probabilistic trees of runs	59
<i>Dorota Smorawa, Mariusz Kubanek</i> Nowe metody rozpoznawania wzoru naczyń krwionośnych dłoni z wykorzystaniem cech szczególnych – minucji	61
<i>Krzysztof Sokół, Sebastian Uzny</i> Instability of a multi-member slender supporting system with consideration of cracks	63

Janusz Szmidla, Ilona Cieślińska-Gąsior

Drgania obciążenia swoistego spoczywającego miejscowo na podłożu sprężystym typu Winklera 64

Janusz Szmidla, Anna Jurczyńska

Wpływ jednoparametrowego podłoża Winklera kolumny geometrycznie nieliniowej poddanej obciążeniu siłą skierowaną do bieguna dodatniego na typ układu 65

Janusz Szmidla, Justyna Wiktorowicz

Wpływ geometrycznej nieliniowości słupa ramy płaskiej typu Γ realizującej obciążenie siłą śledzącą skierowaną do bieguna dodatniego na jej stateczność 66

Sabina Szymoniak, Mirosław Kurkowski, Jacek Piątkowski

Timed models of security protocols including delays in the network 67

Jerzy Winczek

Modelownie pola temperatury napawania – ujęcia analityczne 69

Joanna Wróbel, Adam Kulawik

Wyznaczenie ścieżki przejścia źródła ciepła dla procesu obróbki cieplnej z wykorzystaniem algorytmów genetycznych 71

Maria Zych

Wpływ macierzy masowej na miarowość zmian temperaturowych podczas procesu przewodzenia ciepła 72

**FORMALNY MODEL TRANSLOKACJI STRUKTUR
ŁAŃCUCHOWYCH PRZEZ OTWÓR W MEMBRANIE –
PODEJŚCIE STOCHASTYCZNE**

Kamila Bartłomiejczyk

*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
kamila.bartlomiejczyk@im.pcz.pl*

Artykuł dotyczy translokacji struktur łańcuchowych przez otwór w membranie. Omawiane zjawisko odgrywa kluczową rolę w wielu procesach biologicznych oraz technologicznych. Jego analiza znajduje zastosowanie m.in. w technikach sekwencjonowania cząsteczek DNA i RNA.

W pracy zaprezentowano ogólną charakterystykę procesów stochastycznych, skupiając się głównie na procesach Markova. Głównym celem pracy jest przedstawienie równania Fokkera-Planka (a także jego interpretacji oraz rozwiązania), które opisuje proces dyfuzji w układzie z cienką membraną. W szczególności można je stosować do opisu zjawiska translokacji struktur łańcuchowych przez otwór w membranie. W artykule podano także postać rozkładu prawdopodobieństwa czasu translokacji.

Słowa kluczowe: **równanie Fokkera-Planka, translokacja struktur łańcuchowych**

Literatura

- [1] Lubensky D.K., Nelson D.R., *Driven Polymer Translocation Through a Narrow Pore*, Biophysical Journal, 1999, 77, 1824-1838.
- [2] Reimann P., Meyer A., Getfers S., *On the Lubensky-Nelson model of polymer translocation through nanopores. Theory of fractional differential equations in a Banach space*, Biophysical Journal, 2012, Vol. 103, 5, 889-897.
- [3] Risken H., *The Fokker-Planck equation. Methods of solution and applications*, Springer, 1989.
- [4] McKane A.J., *Stochastic Processes, Encyclopedia of Complexity and System Science*, Springer, 2009, 8766-8783.

**APPLICATION OF THE SYMMETRIC POLYNOMIALS
IN THE THREE - DIMENSIONAL FOURIER EQUATION**

Grzegorz Biernat, Sylwia Lara-Dziembek, Edyta Pawlak

*Institute of Mathematics, Czestochowa University of Technology,
Czestochowa, Poland*

grzegorz.biernat@im.pcz.pl, sylwia.lara@im.pcz.pl, edyta.pawlak@im.pcz.pl

In this paper we return to the development of the determinant of the block matrix in the 3D case. We express this determinant by the symmetric polynomials. The considered problem concerns the effective formulas expressing the symmetric polynomials of three groups of variables by the symmetric polynomials due to each of these groups.

The heat flow in the 3D domain is described by the Fourier equation

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) = \rho c \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

where λ is a thermal conductivity, c is a specific heat, ρ is a mass density and T, x, y, z, t denote the temperature, geometrical co-ordinates and time.

The Finite Difference Method leads to the internal system of equations

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{(\Delta x)^2} T_{i-1,j,k,l} - \frac{2\lambda}{(\Delta x)^2} T_{i,j,k,l} + \frac{\lambda}{(\Delta x)^2} T_{i+1,j,k,l} + \\ & + \frac{\lambda}{(\Delta y)^2} T_{i,j-1,k,l} - \frac{2\lambda}{(\Delta y)^2} T_{i,j,k,l} + \frac{\lambda}{(\Delta y)^2} T_{i,j+1,k,l} + \\ & + \frac{\lambda}{(\Delta z)^2} T_{i,j,k-1,l} - \frac{2\lambda}{(\Delta z)^2} T_{i,j,k,l} + \frac{\lambda}{(\Delta z)^2} T_{i,j,k+1,l} = \\ & = \frac{\rho c}{\Delta t} T_{i,j,k,l} - \frac{\rho c}{\Delta t} T_{i,j,k,l-1} \end{aligned} \quad (2)$$

in each time step l .

The main determinant of the system of differential equations obtained from the Fourier equation takes the following form

$$\det A = (\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_m)^{mnp} \cdot W \quad (3)$$

**NUMERYCZNE ROZWIĄZANIE PROBLEMU Z RUCHOMYM
BRZEGIEM DLA RÓWNIANIA SUBDYFUZJI W MODELOWANIU
UWALNIANIA LEKÓW**

Marek Błasik

*Institut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
marek.blasik@im.pcz.pl*

W referacie zaproponowano metodę numeryczną rozwiązania modelu matematycznego opisującego proces uwalniania leku z matrycy polimerowej. Jeden z pierwszych modeli poświęconych tego typu zjawiskom został zaproponowany przez Higuchiego [1] jako problem z ruchomym brzegiem, który nosi również nazwę problemu Stefana. Obecnie klasyczny już problem Stefana doczekał się uogólnienia w przypadku anomalnego transportu cząstek czy energii. Pierwsza praca poświęcona zagadnieniu niecałkowitego rzędu pojawiła się w roku 2004 i dotyczyła matematycznego modelowania procesu kontrolowanego uwalniania leku z matrycy polimerowej [2]. W referacie rozpatrzono model ułamkowego rzędu, znany z literatury w postaci równania subdyfuzji:

$${}^c D_{0+,t}^\alpha c(x,t) = D_\alpha \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < s(t) < l, \quad 0 < t \leq t^*, \quad (1)$$

uzupełnionego warunkami brzegowymi

$$c(0,t) = 0, \quad c(s(t),t) = c_s, \quad 0 < t \leq t^*, \quad (2)$$

warunkami początkowymi

$$c(0,0) = c_s, \quad s(0) = 0 \quad (3)$$

oraz warunkiem brzegowym Stefana

$$(c_0 - c_s) {}^c D_{0+,t}^\alpha s(t) = D_\alpha \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=s(t)}, \quad (4)$$

gdzie D_α oznacza współczynnik dyfuzji anomalnej, natomiast c_0, c_s odpowiednio początkową koncentrację leku oraz jego rozpuszczalność. Proponowany w pracy model matematyczny jest dwuetapowy i uwzględnia transport cząstek w przypadku, gdy lek obecny w matrycy jest w pełni rozpuszczony. Drugi etap uwalniania leku przebiega dla $t > t^*$ i modelowany jest równaniem subdyfuzji:

$${}^c D_{t^*+t}^\alpha c(x,t) = D_\alpha \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad t > t^* \quad (5)$$

uzupełnionym o warunki brzegowe

$$c(0,t) = 0, \quad D_\alpha \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad t > t^*, \quad (6)$$

warunek początkowy

$$c(x,0) = c_{ini}, \quad (7)$$

gdzie c_{ini} oznacza rozwiązanie otrzymane dla równań (1-4) w chwili czasowej t^* , przy użyciu schematu numerycznego zaproponowanego w pracy [3].

Słowa kluczowe: metody numeryczne, równania różniczkowe cząstkowe niecałkowitego rzędu, dyfuzja anomalna, transport leków

Literatura

- [1] Higuchi T., *Mechanism of sustained-action medication: Theoretical analysis of solid drugs dispersed in solid matrices*, Journal of Pharmaceutical Sciences, 1963, 52, 1145–1149.
- [2] Liu Junyi, Xu Mingyu., *An exact solution to the moving boundary problem with fractional anomalous diffusion in drug release devices*, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 2004 84, 22–28.
- [3] Błasiak M., Klimek M. *Numerical solution of the one phase 1D fractional Stefan problem using the front fixing method*, Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2014, DOI: 10.1002/mma.3292.

A REVIEW OF NUMERICAL METHODS FOR FRACTIONAL VARIATIONAL EQUATIONS

Tomasz Błaszczyk¹, Mariusz Ciesielski², Jacek Leszczyński³

¹*Institute of Mathematics, Czestochowa University of Technology,
Czestochowa, Poland*

²*Institute of Computer and Information Sciences, Czestochowa University of Technology,
Czestochowa, Poland*

³*Department of Hydrogen Energy, AGH University of Science and Technology,
Krakow, Poland*

tomasz.blaszczyk@im.pcz.pl, mariusz.ciesielski@icis.pcz.pl, jale@agh.edu.pl

There are two different approaches to the formulation of differential equations containing derivatives of fractional order. In the first approach, the integer order derivatives in differential equations are simply replaced by the fractional derivatives. In the second approach, one modifies the variational principle by replacing the integer order derivative by a fractional one [5, 6]. The variational functional

I for any differentiable Lagrangian L satisfying some smoothness properties with $y(x) \in C[a, b]$, $a, b \in R$ is of the form

$$I = \int_a^b L(x, y(x), D_{a+}^\alpha y(x), D_{b-}^\beta y(x)) dx \quad (1)$$

Then, minimization of the functional (1) leads also to the fractional differential equations which are known in literature as fractional Euler-Lagrange differential equations

$$\frac{\partial L}{\partial y} + {}^c D_{b-}^\alpha \frac{\partial L}{\partial D_{a+}^\alpha y} + {}^c D_{a+}^\beta \frac{\partial L}{\partial D_{b-}^\beta y} = 0 \quad (2)$$

subject to the adequate boundary conditions.

This second approach, in recent years, seems to become increasingly important and different approaches have been developed by considering different types of Lagrangians, e.g., depending on the Riemann-Liouville D_{a+}^α , D_{b-}^β or Caputo ${}^c D_{a+}^\alpha$, ${}^c D_{b-}^\beta$ derivatives.

The main feature of the fractional variational equations is that these equations contain simultaneously the left and right derivatives. This is also a fundamental problem in finding solutions to equations of a variational type [5, 6]. Consequently, numerical methods have been devoted to solve fractional variational problems [1, 2, 3, 4].

In this paper we give a short survey on numerical methods (direct and indirect) for solving fractional variational equations. We present numerous examples of solutions. Additionally, we also analyze the errors generated by numerical schemes.

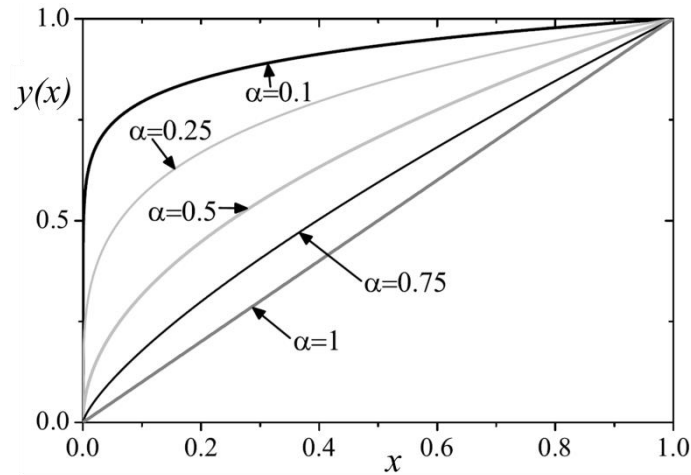


Fig. 1. Numerical solution of fractional variational equation ${}^C D_{1-}^\alpha D_{0+}^\alpha y(x) = 0$ with boundary conditions $y(0) = 0$ and $y(1) = 1$

Keywords: **fractional variational equations, numerical methods, fractional derivatives, fractional integrals**

References

- [1] Blaszczyk T., *An application of the Rayleigh-Ritz method for solving fractional oscillator equation*, Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science, 2009, 2(8), 29-36.
- [2] Blaszczyk T., Ciesielski M., *Fractional Euler-Lagrange equations - numerical solutions and applications of reflection operator*, Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science, 2010, 2(9), 17-24.
- [3] Blaszczyk T., Ciesielski M., *Fractional oscillator equation - Transformation into integral equation and numerical solution*, Applied Mathematics and Computation, 2015, 257, 428-435.
- [4] Blaszczyk T., Ciesielski M., Klimek M., Leszczynski J., *Numerical solution of fractional oscillator equation*, Applied Mathematics and Computation, 2011, 218, 2480-2488.
- [5] Klimek M., *On Solutions of Linear Fractional Differential Equations of a Variational Type*, The Publishing Office of the Czestochowa University of Technology, Czestochowa, 2009.
- [6] Malinowska A.B., Odziejewicz T., Torres D.F.M., *Advanced Methods in the Fractional Calculus of Variations*, Springer International Publishing, London, 2015.

WPLYW PARAMETRÓW SZCELINY NA DRGANIA SWOBODNE BELKI BERNOULLEGO-EULERA

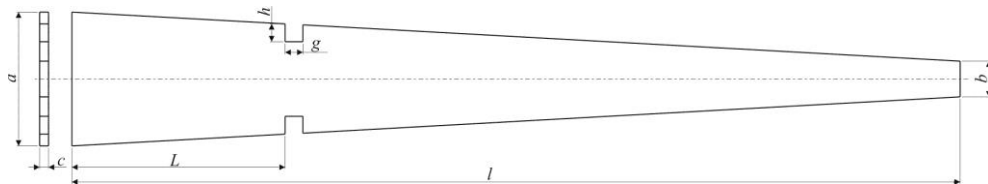
Dawid Cekus¹, Izabela Zamorska², Mateusz Miara

¹Institut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, ²Institut Matematyki,
Politechnika Częstochowska, Częstochowa, Polska
d.cekus@imipkm.pcz.pl, izabela.zamorska@im.pcz.pl

W pracy przedstawiono zagadnienie drgań swobodnych wspornikowej belki Bernoullego-Eulera o polu przekroju poprzecznego zmiennym wzdłuż długości oraz wpływ parametrów szczeliny na drgania rozważanego układu.

Do rozwiązania zagadnienia wykorzystano analityczne równania ruchu, a otrzymane rezultaty zweryfikowano eksperymentalnie (eksperymentalna analiza modalna).

Badaniom poddano belkę ze szczeliną zlokalizowaną w jednym miejscu (rys. 1), przy czym jej szerokość, jak i głębokość ulegały zmianom. Analizowano tylko pierwsze trzy poprzeczne częstotliwości drgań swobodnych układu.



Rys. 1. Sparametryzowany model geometryczny belki wspornikowej o zmiennym przekroju ze szczeliną

Uzyskane sformułowania i rozwiązania mogą zostać wykorzystane do identyfikacji uszkodzenia elementu belkowego o dowolnym przekroju poprzecznym.

Słowa kluczowe: **belka Bernoullego-Eulera, drgania swobodne, eksperymentalna analiza modalna, modelowanie matematyczne**

Literatura

- [1] Cekus D., *Modelowanie, identyfikacja modeli i badania dynamiki układów mechanicznych*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Seria Monografie no. 275, 2013.
- [2] Kukla S., *Free vibrations and stability of stepped columns with cracks*, Journal of Sound and Vibration, 2009, 319(3-5), 1301- 1311.
- [3] Li Q.S., *Free vibration analysis of non-uniform beams with an arbitrary number of cracks and concentrated masses*, Journal of Sound and Vibration, 2002, 252(3), 509-525.

- [4] Mazanoglou K., Yesilyurt I., Sabuncua M., *Vibration analysis of multiple-cracked non-uniform beams*, Journal of Sound and Vibration, 2009, 320, 977- 989.
- [5] Nahvi H., Jabbari M., *Crack detection in beam using experimental modal data and finite element model*, International Journal of Mechanical Science, 2005, 47, 1477-1497.
- [6] Owolabi G.M., Swamidas A.S.J., Seshadri R., *Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions*, Journal of Sound and Vibration, 2003, 265, 1-22.
- [7] Posiadała B., *Use of Lagrange multiplier formalism to analyze free vibration of combined dynamical systems*, Journal of Sound and Vibrations, 1994, 176(4), 563-572.
- [8] Zheng D.Y., Kessissoglou N.J., *Free vibration analysis of a cracked beam by finite element method*, Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(3), 457- 475.

**STATYSTYKA PROCESÓW NISZCZENIA W UKŁADACH
NANOFILARÓW ZE STOCHASTYCZNYM TRANSFEREM
OBCIĄŻENIA**

Tomasz Derda

*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
tomasz.derda@im.pcz.pl*

Korzystając z idei modelu wiązki włókien (ang. *Fibre Bundle Model*) zbudowano model matematyczny niszczenia układów nanofilarów poddawanych obciążeniu osiowemu. Rozmieszczone w węzłach sieci nanofilary charakteryzują się indywidualnymi progami wytrzymałości na ściskanie σ_{th} . Progi wytrzymałości losowane są zgodnie z wybranym rozkładem prawdopodobieństwa. Zastosowano dwa rodzaje rozkładów o gęstościach:

$$p(\sigma_{th}) = \begin{cases} \rho \sigma_{th}^{\rho-1} \exp(\sigma_0^\rho - \sigma_{th}^\rho) & \text{gdy } \sigma_0 \leq \sigma_{th}, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku,} \end{cases} \quad (1)$$

oraz

$$p(\sigma_{th}) = \begin{cases} \frac{1}{1 - \sigma_0} & \text{gdy } \sigma_0 \leq \sigma_{th} \leq 1, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases} \quad (2)$$

Wzór (2) odnosi się do rozkładu równomiernego na przedziale $[\sigma_0, 1]$. Dla $\sigma_0 = 0$ wzór (1) jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa rozkładu Weibulla z indeksem Weibulla ρ . Przyjmując $\sigma_0 > 0$ uzyskuje się rozkład obcięty poniżej σ_0 .

Rozważane są dwa sposoby obciążania układów nanofilarów: quasi-statyczny oraz poprzez zastosowanie skończonej siły F . Pod wpływem obciążenia przekraczającego próg wytrzymałości danego filara ulega on zniszczeniu. Obciążenie pochodzące ze zniszczonego filara jest transferowane do innych nieuszkodzonych filarów w układzie. W prezentowanym modelu obciążenie jest redystrybuowane w sposób losowy do najbliższych nieuszkodzonych sąsiadów zniszczonego filara. W literaturze znane są dwa inne przypadki zastosowania stochastycznego transferu obciążenia [1,2].

Prawdopodobieństwo zniszczenia układu w zależności od zadanego obciążenia σ można dopasować za funkcji:

$$P(\sigma) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\sigma - \mu}{\sqrt{2}\delta} \right) - 2T \left(\frac{\sigma - \mu}{\delta}, \alpha \right) \quad (3)$$

gdzie: $\operatorname{erfc} \left(-\frac{\sigma - \mu}{\sqrt{2}\delta} \right)$ – uzupełniająca funkcja błędu, $T \left(\frac{\sigma - \mu}{\delta}, \alpha \right)$ – funkcja T Owena, μ , δ , α – dopasowane parametry.

Analizie poddane są także rozmiary lawin krytycznych, obciążenia krytyczne i rozkłady obciążeń na poszczególnych filarach w wybranych momentach procesu niszczenia. Badany jest wpływ geometrii rozmieszczenia nanofilarów w węzłach regularnych sieci.

Słowa kluczowe: **model wiązki włókien, nanofilary, niszczenie, stochastyczny transfer obciążenia**

Literatura

- [1] Dalton F., Petri A, Pontuale G., *A random neighbour model for yielding*, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment 2010, P03011.
- [2] Lehmann J., Bernasconi J., *Breakdown of fiber bundles with stochastic load-redistribution*, Chemical Physics 2010, 375, 591-599.

KINETIC MONTE CARLO SIMULATIONS OF THE ANHYDROUS PROTON CONDUCTIVITY UNDER PRESSURE

Andrzej Drzewiński, Tomasz Masłowski

*Institute of Physics, University of Zielona Góra,
a.drzewinski@if.uz.zgora.pl, t.maslowski@if.uz.zgora.pl*

Translocation of protons over long distances has a key importance for biological and condensed matter systems. *From the point of view of technological applications proton exchange membrane* fuel cells are a rising technology showing great potential for a broad range of industries [1]. Because to work effectively the membrane should exhibit high ionic conductivity and low gas permeability, *the presence of water turned out to be essential*. Conduction in water occurs through a "hop-turn" mechanism, first suggested by Grotthuss [2], where the elementary exchange step consists of proton transfer between adjacent hydrogen-bonded groups followed by their rotations. Nevertheless, the proton conductivity based on water limits the membrane operation temperature by the boiling point of water. As a result, recently the heterocycle-based compounds, which conduct protons in the absence of any water, have become the subject of intensive research [3]. Based on them various proton conductors, both the polymer and crystalline can be created operating in the temperature range 100 - 300 °C.

Hydrogen bonds are the weakest bonds in crystals, so their lengths can be modified rather easily. Thus, it is no wonder that the pressure plays a *key role* in the proton transport process. Some of compounds among those exhibiting a low proton conductivity at ambient pressure can manifest a considerable increase in the conductivity at higher pressures related to the lowering of the activation barrier. The presence of pressure, on the one hand, increases the complexity of the issue, but on the other allows for the validation of the model assumptions because they are pressure sensitive.

Therefore, we have attempted to support the experimental results [4] observed at elevated pressures by microscopic model simulations. The theoretical model describing the proton transport based on a chain model consisting of rigid rods in accordance with the Grotthuss mechanism has been presented recently [5]. The model is based on the kinetic Monte Carlo (KMC) approach adequate to characteristic time scales of the proton conduction [6]. In the KMC method a sequence of discrete transitions (the Markovian process) from one energy minimum state to another is described by transition rates that depend on the energy barrier between states. The selection of which state is next visited and after which amount of time the corresponding transition occurs follows the probabilities prescribed by the master equation.

Our simulations confirm that the behavior of the current is modeled by the ratio of the characteristic frequencies for hopping γ_T and rotation γ_R [5]. As the relative

frequency varies we observe a nontrivial crossover behavior of the proton current around $\gamma_T / \gamma_R = 1$. In the rotation-dominated regime there is a linear dependence of the proton current on the relative frequency. It is a consequence of the fact that protons are supplied “on time” by rotating molecules. Contrary to this in the tunneling-dominated regime the current saturates within a broad relative frequency range. This means that when the tunneling frequency is very high, rotating molecules are not able to transfer protons quickly enough.

For the heterocycle-based compounds a Grothuss-type mechanism dominates and the proton hopping across the hydrogen bond is rather the basic rate-limiting step in the proton conductivity than the transfer due to the reorientations of molecular group. The pressure-induced changes in the proton conductivity have occurred to be attributed to solely two parameters: the length of the hydrogen bond and the amplitude of lattice vibrations indicating the dominant role of hydrogen bonds in the proton transport under moderate pressure.

Based on our simulations we postulate the existence of the crossover in the thermal conductivity above pressures examined in the experiment [4]. The key to understanding the pressure-driven inverse of the monotonicity of the proton conductivity is the behavior of the hydrogen-bond activation barrier with increasing pressure. Experimental verification of our supposition has been scheduled for further studies.

Key words: **computational statistical mechanics, proton conductivity, effect of pressure**

Literatura

- [1] Wang Y., Chen K. S., Mishler J., Cho S. C., Adroher X. C., *A review of polymer electrolyte membrane fuel cells: Technology, applications, and needs on fundamental research*, Appl. Energy, 2011, 88, 981–1007.
- [2] Grothuss C. J. T., *Theory of decomposition of liquids by electrical currents*, Ann. Chim. Phys. (Paris) 1806, 58, 54-74.
- [3] Kreuer K.-D., *Proton Conductivity: Materials and Applications*, Chem. Mater. 1996, 8, 610-641.
- [4] Ławniczak P., Zdanowska-Frączek M., Frączek Z. J., Pogorzelec-Glaser K., Pawlaczyk Cz., *Electric conductivity of benzimidazolium azelate as a function of competitive variables: Temperature and hydrostatic pressure*, Solid State Ion., 2012, 225, 268-271.
- [5] Masłowski T., Drzewiński A., Ulner J., Wojtkiewicz J., Zdanowska-Frączek M., Nordlund K., Kuronen A., *Kinetic Monte Carlo Simulation of Protonic Conductivity*, Phys. Rev. E, 2014, 90, 012135-1 - 012135-8.
- [6] Hermet J., Bottin F., Dezanneau G., Geneste G., *Kinetic Monte Carlo study of protonic diffusion and conduction in Gd-doped BaCeO₃*, Solid State Ion., 2013, 252, 48-55.

**ANALIZA WYDAJNOŚCI ALGORYTMÓW ROZWIĄZYWANIA
UKŁADÓW RÓWNAŃ NA PODSTAWIE SYMULACJI
NUMERYCZNEJ KRZEPNIĘCIA**

Robert Dya, Andrzej Grosser, Piotr Jeruszka

*Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
robert.dya@icis.pcz.pl, andrzej.grosser@icis.pcz.pl, piotr.jeruszka@icis.pcz.pl*

Symulacje zjawisk fizycznych oparte są najczęściej o przybliżone rozwiązanie równania różniczkowego, którym w przypadku krzepnięcia jest równanie przewodzenia ciepła z członem źródła ciepła. Metody przybliżonego rozwiązywania równań różniczkowych, takie jak MES, prowadzą do uzyskania układu równań liniowych. Dodatkowo, w przypadku zagadnienia początkowo-brzegowego, jakim jest symulacja krzepnięcia, wymagane jest iterowanie przez kolejne kroki czasowe. Prowadzi to do konieczności wielokrotnego rozwiązania układu równań liniowych w ramach jednej symulacji. Stąd wynika zapotrzebowanie na dobór efektywnego algorytmu rozwiązywania układu równań liniowych.

Rozwiązywanie układów równań liniowych wymaga wykonania wielu kroków obliczeniowych. Kroki te zazwyczaj są wykonywane na maszynie cyfrowej, zdolnej do przeprowadzania wielu żmudnych dla człowieka obliczeń. Najłatwiejsze w implementacji, sekwencyjne algorytmy rozwiązywania układów równań nie wykorzystują potencjału wielordzeniowych jednostek obliczeniowych. Dlatego znacznie korzystniejsze wydaje się wykorzystanie algorytmów (i ich implementacji), zdolnych do przeprowadzania wielu kroków jednocześnie z wykorzystaniem wielu jednostek obliczeniowych.

W proponowanej implementacji rozwiązania wykorzystano bibliotekę TalyFEM [1], która w swojej części obliczeniowej wykorzystuje bibliotekę PETSc [2]. PETSc jest zbiorem struktur danych (wektory, macierze, solwery), które wykorzystują MPI [3] do komunikacji między procesami. Pozwala to na równoległą pracę na wielu jednostkach obliczeniowych bez potrzeby ręcznego wywołania komunikatów pomiędzy procesami. Biblioteka PETSc oferuje wiele solwerów, tj. obiektów, mogących na podstawie równania macierzowego obliczyć wektor niewiadomych.

Przedmiotem badań była wydajność, złożoność obliczeniowa oraz pamięciowa dostępnych w bibliotece algorytmów i metod rozwiązywania układów równań liniowych w zastosowaniu do implementacji modułu krzepnięcia. W artykule skupiono się na rozwiązaniu równania krzepnięcia z wykorzystaniem jawnego sformułowania pojemnościowego, w którym dyskretyzacja przestrzenna wykorzystuje MES, a dyskretyzacja po czasie wsteczny schemat Eulera [4].

Porównanie wbudowanych metod rozwiązywania układów równań liniowych pozwoli w przyszłości na szybszy dobór algorytmu do symulacji inżynierskich. Dostosowanie odpowiedniej metody do rozpatrywanego zagadnienia jest jednym z kluczowych zagadnień zarówno z punktu widzenia mechaniki obliczeniowej, jak i inżynierii oprogramowania.

Słowa kluczowe: **metody numeryczne, mechanika obliczeniowa**

Literatura

- [1] Kodali H.K., Ganapathysubramanian B., *A computational framework to investigate charge transport in heterogeneous organic photovoltaic devices*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, 247, 113–129.
- [2] Balay S. et al., *PETSc Users Manual*, Argonne National Laboratory, 2014.
- [3] MPI: A Message Passing Interface, <http://www.mpi-forum.org/docs/mpi-3.0/mpi30-report.pdf>
- [4] Majrzak E., Mohnacki B., *Metody numeryczne. Podstawy teoretyczne, aspekty praktyczne i algorytmy*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2004.

OBJECT DESCRIPTOR BASED ON SURF AND CLUSTERING ALGORITHMS FOR CONTENT-BASED IMAGE RETRIEVAL

Rafał Gryczuk

*Institute of Computational Intelligence, Czestochowa University of Technology,
Częstochowa, Poland
rafal.gryczuk@iisi.pcz.pl*

In this paper we propose a method for object description based on two well-known clustering algorithms (k -means and mean shift) and the SURF method for keypoints detection. We also perform a comparison of these clustering methods in object description area. Our approach is suitable for images with non-homogeneous background thus, the algorithm can be used not only on trivial images. Our method is a part of a larger CBIR system and it is presented as a preprocessing stage.

Content-based image retrieval is one of the greatest challenges of the present computer science. Effective browsing and retrieving images is required in many various fields of life. In the process of image recognition users search through databases which consist of thousands, even millions of images. The purpose of CBIR is to retrieve of a similar image or images containing certain objects from the query image. All of them allow to perform mathematical description of the image. In this paper we present a novel approach for image description based on SURF [1] algorithm and two well-known clustering methods: k -means and mean shift.

SURF (Speeded-Up Robust Features) is an algorithm which allows to detect and describe local features of an image. It was presented for the first time in 2006, but currently is used in various systems e.g. image recognition, image description, content based image retrieval, object tracking, image databases, and many others. SURF is based on SIFT, and it uses Integral Images instead of DOG (Difference of Gaussian), which allows to work much faster than SIFT.

The mean shift clustering algorithm is a method which does not require any parameters such as cluster number or shape [3]. The number of parameters of the algorithm is limited to the radius h , that determine the range of the clusters. Mean shift determines the points in d -dimensional space as a probability density function, where the denser regions correspond to local maxima. For each data point in the feature space, one performs a gradient ascent procedure on the local estimated density until convergence. Points assigned to one cluster (stationary point) are considered to be a part of the cluster.

K -means algorithm belongs to the group of heuristic clustering algorithms. It was firstly proposed by MacQueen in 1967 [1]. The purpose of this method is to divide N points in D dimensional space into K clusters. That process of partitioning requires only one input parameter K – number of clusters. K -means is commonly used for data clustering in various applications. It is relatively fast and easy in implementation.

Presented method is based on three well known algorithms: SURF, Mean Shift and K -Means. In this paper we compare efficiency of clustering algorithms in area of visual object extraction. This work is a description of pre-processing implemented in our system. The input images need to be indexed, thus first we need to extract the local features of the image. For each image we perform smooth (Gaussian blur) operation to remove non important features. Then, we execute SURF algorithm. On the output we obtain list of keypoints. Each keypoint contains two vectors. From the first vector we get the position of the keypoint. In the next step we perform the keypoint clustering (both k -means and mean shift separately). Each keypoint is assigned to cluster which it belongs. Our method allows to extract keypoints located on the objects, and remove most of the features not related with the object. It also performs keypoint segmentation, thus the object has assigned a list of keypoints. This pre-processing step is extremely important because it improves the indexation process in our CBIR system (removes not important features).

Tab. 1 Comparison of k -means and mean shift in image description. Percentage value of correct assigned keypoints [%].

Algorithm	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 3	Exp. 4	Exp. 5	Exp. 6	Exp. 7	Exp. 8
Mean shift	46	52	75	67	49	80	77	89
K -means	83	67	80	61	65	85	79	96

As can be seen, the k -means has better performance in seven experiments. Only experiment 4 provided different results. The presented comparison proves that k -means algorithm is more suitable for image description purposes. The image descriptor that we obtain allows to extract object keypoints which is crucial step in any CBIR method (pre-processing). Our approach returns list of keypoints assigned to each object located in the input image. Thus, further processing will take under consideration only keypoints located on the interesting object. Unfortunately, SURF detects keypoints outside of object edge, and they need to be removed. This is the only disadvantage of our method. In the future we will try to develop a method that will resolve the issue. Performed experiments proved the effectiveness of our approach.

Keywords: **k-means, mean shift, clustering, image description, SURF, keypoints, CBIR**

References

- [1] MacQueen, J., *Some methods for classification and analysis of multivariate observations*, Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability, 1967, Vol. 1, No. 14, 281-297.
- [2] Bay, H., Tuytelaars, T., Van Gool, L., *Surf: Speeded up robust features*, Computer Vision–ECCV 2006, Springer, 2006, 404 - 417.
- [3] Derpanis, K. G., *Mean shift clustering, Lecture Note*, 2005.

NOVEL APPROACH FOR IMAGE DESCRIPTION BASED ON EDGE DETECTION AND BLOB EXTRACTION

Rafał Grycuk, Rafał Scherer, Marcin Gabryel

*Institute of Computational Intelligence, Czestochowa University of Technology,
Częstochowa, Poland*

rafal.grycuk@iisi.pcz.pl, rafal.scherer@iisi.pcz.pl, marcin.gabryel@iisi.pcz.pl

In this paper we present a novel approach for image description. The method is based on two well-known algorithms: edge detection and blob extraction. In the edge detection step we use the canny edge detector. Our method provides a mathematical description of each object of the input image. On output of the presented algorithm we obtain histogram, which can we used in various methods of computer vision. In this paper we applied it in a content-based image retrieval system.

Along with development of the Internet and possibility of capturing images a new area of expertise was discovered. Image description is one of the greatest challenges of computer science. Effective browsing or retrieving images is used in various fields of life e.g. medicine, crime prevention, face recognition, and many others. A precise mathematical description of visual objects is difficult because we need to overwhelm the semantic gap between human recognition and recognition performed by computers. The feature extraction can be based on various attributes i.e. based on color [3], texture, shape or local features.

The Canny edge detector is one of the most commonly used image processing methods for detecting edges [1]. It takes as input a grayscale image, and produces as output an image showing the positions of tracked intensity discontinuities. The Canny detector basically finds edges where the pixel intensity changes (image gradient).

Blob detection is one of the basic methods of image processing. It allows to detect a list of blobs (objects) in the image. Unfortunately, obtaining homogeneous objects from an image as a list of pixels is a challenging task. Especially when we deal with a heterogeneous background, i.e. the objects containing multicolored background. There are many methods for extracting objects (blobs) from images. In this paper we use methods implemented in the AForge.NET library [2].

Our approach is based on two well-known algorithms for edge detection and blob extraction. The first step is to perform edge detection. This step is crucial because the correctness of detected edges will affect the blob extraction step. In our experiments we select these parameters empirically for each image class. The second stage of our method is blob detection and blob extraction. Both of them are tightly connected. The first one allows to locate the object, and the second one performs the object extraction. It allows to determine blob properties such as: Region of Interest, center of gravity, edge points. From four edge points extracted by the Quadrilateral we calculate the following distances: Top, Bottom, Left,

Right. For example, the **Top** is distance between two most distant points in **top** image direction. Last stage of our algorithm creates the histogram for each based on calculated distances.

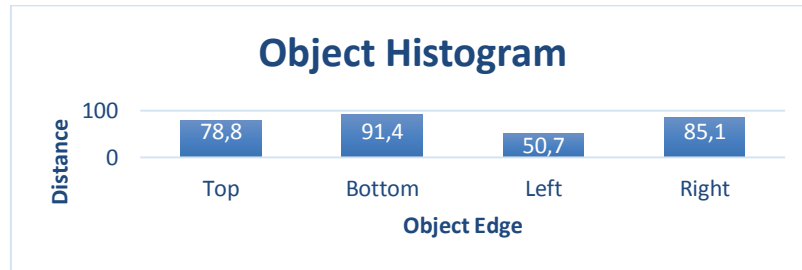


Fig. 1 Object histogram which provides the mathematical description of visual object.

In Fig. 1 we can distinguish four bins which describe four edges of the detected object. Such mathematical description allows to compare object by its content. The horizontal axis contains the edges labeled by the direction (top, bottom, left, right). The vertical axis provides the calculated distance of the edge.

Test images for simulation purposes were taken from the Corel database. We selected images from various classes and divided each class in two sets. The first one (90% of image class) is used for indexing and the second one (10%) serves as a source of query images. To evaluate performance of our method we based our experiments on two well-known measures: Precision and Recall.

The presented algorithm is a contribution to image description and content-based image retrieval. The method is based on five main steps: edge detection, blob extraction, factors calculation and histogram creation. The presented approach can be used for content-based image retrieval tasks and image description generally. For the purposes of this paper, we incorporate the proposed method into our CBIR system. The results were on a satisfying level. Our approach allows to describe each object separately instead of the entire image and thus the results precision increased significantly.

Keywords: **image description, CBIR, edge detection, blob extraction**

References

- [1] Canny, J.: *A computational approach to edge detection*. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, IEEE Transactions on PAMI-8(6), 1986, 679–698.
- [2] Kirillov, A., *Detecting some simple shapes in images*, AForge .NET, 2010.
- [3] Meskaldji, K., Boucherkha, S., Chikhi, S., *Color quantization and its impact on color histogram based image retrieval*, 2009.

GENERATING YOUNG MEASURES ASSOCIATED WITH SIMPLE FUNCTIONS – SOME NEW CONCEPTS AND APPLICATIONS

Andrzej Grzybowski, Piotr Puchala

*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
andrzej.grzybowski@im.pcz.pl, piotr.puchala@im.pcz.pl*

Young measure is an abstract measure-theoretical object that is used in analyzing variational problems. It can be looked at as a continuous linear functional defined on the space of Carathéodory integrands.

More precisely, let Ω be an open, bounded subset of \mathbb{R} , equipped with the Lebesgue measure, let $K \subset \mathbb{R}$ be a compact set with the Lebesgue measure. Consider Lebesgue measurable function $u: \Omega \rightarrow K$ and a Carathéodory function $h: \Omega \times K \rightarrow \mathbb{R}$. Recall, that h is a Carathéodory function if the function $h(\cdot, k)$ is measurable for all $k \in K$ and the function $h(x, \cdot)$ is continuous for almost all (a.a.) $x \in \Omega$. We define the *Young functional* η by the formula

$$\eta: h \rightarrow \int_{\Omega} \int_K h(x, k) dv_x(k) dx, \quad (1)$$

where ν_x is a probability measure on K . This measure is called a *Young measure*. If Young measure does not depend on x , we call it a *homogeneous Young measure* and drop the subscript ‘ x ’. In the talk all the kinds of the Young measures are homogeneous. For the detailed, fully general treatment of this approach to Young measures see [1].

However, calculating an explicit form of Young measures involves considering weak* limits of the sequences of functions bounded in the L^∞ and is relatively easy to perform only in most simple cases. A useful tool is a *quasi-Young measure*, in many situations equal to the Young measure itself, but much more easy to calculate (see [2]).

A new approach that is frequently used nowadays in the analysis of randomness having highly complex nature is to adopt Monte Carlo techniques, see [3]. It turns out that in the considered problems it is possible to construct relatively simple computer generators that accurately simulate random variables distributed according to the (quasi-)Young measures associated not only with simple, but more generally, with piecewise affine functions. In the talk we present basic theory necessary to effective use of the probabilistic methods in analyzing Young measures and, what is the core, the Young measures' generators with some example of their usage.

Keywords: Young measures, Monte Carlo techniques, simple functions

References

- [1] Roubíček T., *Relaxation in Optimization Theory and Variational Calculus*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1997.
- [2] Puchała P., *An elementary method of calculating an explicit form of Young measures in some special cases*, *Optimization* 2014, vol. 63 No.9, 1419-1430.
- [3] Grzybowski A.Z., *Modeling and simulation in decision making under uncertainty*, Univerzita Pardubice, 2013, ISBN 978-80-7395-613-4.

MODEL KINEMATYKI CZTEROKOŁOWEJ PLATFORMY MOBILNEJ

Anna Jaskot, Bogdan Posiadala

*Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

jaskot@imipkm.pcz.pl, bogdan.p@imipkm.pcz.pl

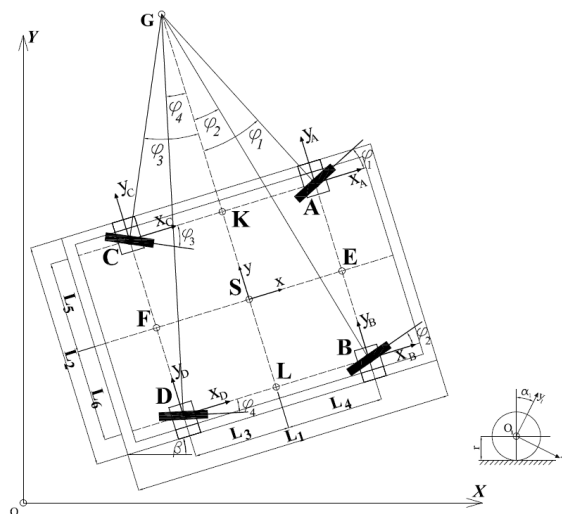
1. Wprowadzenie

Jednym z najczęstszych zagadnień spotykanych w literaturze na temat platform mobilnych jest opis ich ruchu, w tym określenie parametrów ruchu: współrzędnych toru, prędkości oraz przyspieszeń. Opisano ruch platform mobilnych trójkołowych [1] lub o większej liczbie kół jezdnych [2][3][4].

W niniejszej pracy zaprezentowano model kinematyki czterokołowej platformy mobilnej, w czasie ruchu której możliwe jest sterowanie napędem i położeniem wszystkich kół jezdnych. Opracowany na podstawie opisu matematycznego model obliczeniowy umożliwia analizę kinematyki obiektu jako jego odpowiedź na zadane sterowania kinematyczne ruchem kół jezdnych i ich położeniem.

2. Model kinematyki platformy

Opis kinematyki platformy zrealizowano w odniesieniu do układu pokazanego schematycznie na rys. 1.



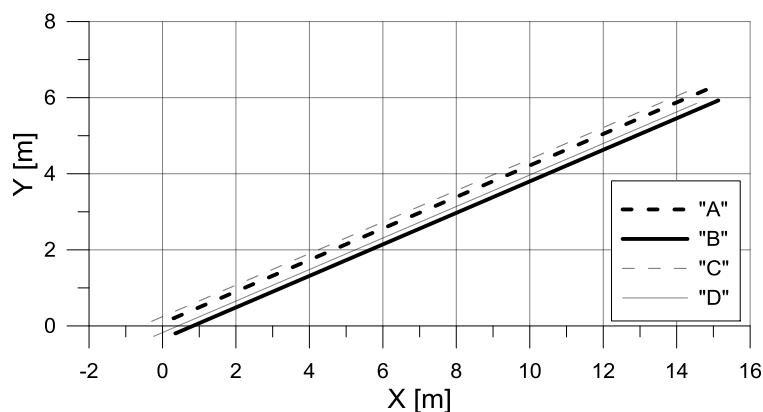
Rys. 1. Układ geometryczny mobilnej platformy kołowej.

Parametry ruchu wyznaczono względem nieruchomego, globalnego układu odniesienia OXY, przy czym przyjęto oznaczenia: A, B, C, D – punkty odpowiadające położeniom środków ciężkości kół, x_A, y_A – współrzędne

konfiguracyjne punktu A , $x_B y_B$ – współrzędne konfiguracyjne punktu B , $x_C y_C$ – współrzędne konfiguracyjne punktu C , $x_D y_D$ – współrzędne konfiguracyjne punktu D , r_1, r_2, r_3, r_4 – promienie kół jezdnych platformy odpowiadające kolejnym punktom A, B, C, D , S – punkt odpowiadający środkowi ciężkości ramy platformy, L_i – długości odcinków od środka ciężkości (punktu S) do kolejnych punktów A, B, C, D , β – kąt odchylenia platformy od kierunku osi X globalnego układu odniesienia.

3. Przykładowe wyniki symulacji ruchu platformy

Na podstawie opisu kinematyki platformy zrealizowano obliczenia parametrów ruchu platformy w odpowiedzi na zadane wymuszenia kinematyczne ruchu kół i ich położenia. Na rys. 2 przedstawiono wyniki badania testowego, przy czym prezentowane krzywe ilustrują prostoliniowy tor ruchu platformy.



Rys. 2. Trajektoria ruchu platformy mobilnej dla $\beta > 0$ oraz $\varphi_i > 0$

Słowa kluczowe: **platforma mobilna, kinematyka, modelowanie**

Literatura

- [1] Giergiel, M., Małka, P. *Modelowanie kinematyki i dynamiki mobilnego mini robota*, Modelowanie Inżynierskie, 2006, 157-162.
- [2] Campion G., Bastin G., D'Andréa-Novel B., *Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots*, IEEE Transactions on robotics and automation, vol. 12, No. 1, Feb. 1996.
- [3] Kozłowski, K., Pazderski, D., *Modeling and control of a wheel skid-steering mobile robot*, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2004, 14(4), 477-496.
- [4] Stania, M., Posiadała, B., *Kinematyka prototypowej konstrukcji pojazdu autonomicznego*, Mechanik (12), 2011.

RESTRICTED BOLTZMAN MACHINE FOR VIDEO KEY FRAME DETECTION

Michał Knop, Wojciech K. Mleczko, Tomasz Kapuściński

*Institute of Computational Intelligence, Częstochowa University of Technology
Częstochowa, Poland*

michal.knop@iisi.pcz.pl, wojciech.mleczko@iisi.pcz.pl, tomasz.kapuscinski@iisi.pcz.pl

In this paper we present a new method for key frame detection. Our approach is based on a well-known algorithm of the Boltzmann Restricted Machine (RBM), which is a pivotal step of our method. The frames are compared to the RBM matcher, which allows to search key frame in the video sequence. The Restricted Boltzmann Machine is the one of sophisticated types of neural networks, which can process the probability distribution, and is applied to filtering image recognition, and modelling. The learning procedure is based on the matrix description of RBM, where the learning samples are grouped into packages, and represented as matrices. Our research confirms a potential usefulness for video key frame detection. The proposed method provides better results for professional and high resolution videos. The simulations we conducted proved the effectiveness of our approach. The algorithm requires only one input parameter.

Keywords: **Restricted Boltzman Machine, Key Frame Detection, Video Compression**

References

- [1] Hinton, G., *Training products of experts by minimizing contrastive divergence*. *Neural computation*, 2002, 14(8), 1771–1800.
- [2] Hinton, G., *A practical guide to training restricted boltzmann machine*. *Momentum*, 2010, 9(1), 926.
- [3] Lakshmikantham V., Vasundhara Devi J., *Theory of fractional differential equations in a Banach space*, *European J. Pure and Appl. Math.* 2008, 1, 38-45.

GENERALIZED DIFFUSION PROCESSES ON A LINE WITH DISCONTINUOUS LOCAL CHARACTERISTICS AND SAMPLE PATHS

Bohdan Kopytko¹, Roman Shevchuk²

¹*Institute of Mathematics, Czestochowa University of Technology,
Czestochowa, Poland*

²*Vasyl Stefanyk Precarpathian National University,
Ivano-Frankivsk, Ukraine*

bohdan.kopytko@im.pcz.pl, r.v.shevchuk@gmail.com

Let r_1, r_2, \dots, r_n , $n \in \mathbf{N}$ be the fixed points on a line \mathbf{R} , which separate it into $n+1$ domains $D_1 = (-\infty, r_1)$, $D_2 = (r_1, r_2)$, ..., $D_n = (r_{n-1}, r_n)$, $D_{n+1} = (r_n, +\infty)$. Denote by \bar{D}_i the closure of D_i , $i=1, n+1$, and by φ_i the restriction to \bar{D}_i of any function φ defined on \mathbf{R} . If Γ is the set D_i , \bar{D}_i or \mathbf{R} , $C_b(\Gamma)$ is the Banach space of real-valued bounded continuous functions on Γ with norm $\|\varphi\| = \sup_{x \in \Gamma} |\varphi(x)|$, and $C_2(\Gamma)$ is the set of real-valued functions that are bounded and uniformly continuous on Γ together with their first- and second-order derivatives.

Assume that the inhomogeneous diffusion process is given on each domain D_i , $i=1, n+1$, and it is generated by the second-order differential operator $(A_s^{(i)}, C_2(\bar{D}_i))$, $s \in [0, T]$ ($T > 0$ fixed)

$$A_s^{(i)} \varphi_i(x) = \frac{1}{2} b_i(s, x) \frac{d^2 \varphi_i(x)}{dx^2} + a_i(s, x) \frac{d \varphi_i(x)}{dx}$$

where the diffusion coefficient $b_i(s, x)$ and the drift coefficient $a_i(s, x)$ have the following properties:

- 1) there exist the constants b and B such that $0 < b < b_i(s, x) < B$ for all $(s, x) \in [0, T] \times \bar{D}_i$;
- 2) the function $a_i(s, x)$ is bounded on $[0, T] \times \bar{D}_i$;
- 3) for all $s, s' \in [0, T]$, $x, x' \in \bar{D}_i$ the next inequalities hold:

$$|b_i(s, x) - b_i(s', x')| \leq c(|s - s'|^{\frac{\alpha}{2}} + |x - x'|^\alpha),$$

$$|a_i(s, x) - a_i(s', x')| \leq c(|s - s'|^{\frac{\alpha}{2}} + |x - x'|^\alpha),$$

where c and α are some positive constants, $0 < \alpha < 1$. Define the differential operator A_s , $s \in [0, T]$, as follows:

$$\mathcal{G}(A_s) = \{\varphi \in C_b(\square) : \varphi_i \in \mathcal{G}(A_s^{(i)}), i = \overline{1, n+1} \wedge A_s^{(j)}\varphi_j(r_j) = A_s^{(j+1)}\varphi_{j+1}(r_j), j = \overline{1, n}\}$$

$$A_s\varphi(x) = A_s^{(i)}\varphi_i(x), x \in \overline{D_i}, i = \overline{1, n+1}. \quad (1)$$

Consider also the conjugation conditions of Feller-Wentzell ([1])

$$L_s^{(i)}\varphi(x) = q_{i,i}(s)\varphi'(r_i-) - q_{i,i+1}(s)\varphi'(r_i+) + \int_{D_i \cup D_{i+1}} (\varphi(r_i) - \varphi(y))\mu_i(s, dy) = 0, \quad (2)$$

where the functions $q_{i,1}, q_{i,2}$ and the measure $\mu_i, i = \overline{1, n}$, satisfy the following conditions:

- a) $q_{i,j} \in C([0, T]), q_{i,j}(s) \geq 0, \sum_j q_{i,j}(s) > 0, s \in [0, T], j \in \{i, i+1\};$
- b) $\mu_i(s, \cdot)$ is the nonnegative measure on $D_i \cup D_{i+1}$ such that for any function $f \in C_b(\mathbf{R})$ and any $\delta > 0$, the integrals $\int_{D_j^\delta(r_j)} |y - r_i| f(y) \mu_i(s, dy),$
 $\int_{D_j \setminus D_j^\delta(r_j)} f(y) \mu_i(s, dy), j \in \{i, i+1\},$ exist and are continuous on $[0, T]$ as functions of variable $s; D_j^\delta(r_j) = \{y \in D_j : |y - r_j| < \delta\}.$

We are interested in the following problem:

Problem. Construct the two-parameter Feller semigroup $T_{s,t}, 0 \leq s < t \leq T,$ on $C_b(\mathbf{R})$ whose infinitesimal generator is the restriction of A_s in (1) to the set of all functions $\varphi \in \mathcal{G}(A_s)$ satisfying the conjugation conditions of Feller-Wentzell in (2).

This problem is often called the problem on pasting together n diffusion processes on a line. We study it using analytical methods. With such an approach the question on existence and construction of the required semigroup in fact is being reduced to the investigation of the corresponding conjugation problem for a linear parabolic equation of the second order with discontinuous coefficients. The classical solvability of this conjugation problem is established by the boundary integral equations method with the use of the ordinary parabolic simple-layer potential.

The results we derived generalize the similar results we obtained earlier in [2] where the case of only one point of pasting together was considered ($n = 1$).

Keywords: **diffusion process, parabolic potential, Feller semigroup**

References

- [1] Langer H., Schenk W., *Knotting of one-dimensional Feller processes*, Math. Nachr., 1983, 113, 151-161.
- [2] Kopytko B., Shevchuk R., *On pasting together two inhomogeneous diffusion processes on a line with the general Feller-Wentzell conjugation condition*, Theory of Stochastic Processes, 2011, 17(33), 2, 55-70.

FRACTIONAL HEAT CONDUCTION IN SPHERICAL COORDINATE

Stanisław Kukla, Urszula Siedlecka

*Institute of Mathematics, Czestochowa University of Technology,
Czestochowa, Poland
stanislaw.kukla@im.pcz.pl, urszula.siedlecka@im.pcz.pl*

The radial heat conduction problem in a sphere has been considered by Özişik [1] and Siedlecka [2]. The subject of this contribution is an analysis of time-fractional, radial heat conduction in a N -layered solid sphere. The time-fractional heat conduction in a sphere is governed by the differential equation in spherical coordinate [1, 3]

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + \frac{1}{\lambda_i} g_i(r, t) = \frac{1}{a_i} \frac{\partial^\alpha T_i}{\partial t^\alpha}, \quad r \in [r_{i-1}, r_i], \quad 0 < \alpha \leq 2, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

where r_i ($r_0 = 0$, $r_N = b$), λ_i and a_i are outer radius, thermal conductivity and thermal diffusivity of the i -th spherical layer, respectively, $T_i(r, t)$ is the temperature in the i -th layer and $g_i(r, t)$ is a volumetric energy generation, respectively, α denotes fractional order of Caputo derivative [4] with respect to time t .

The boundary conditions are

$$|T_1(0, t)| < \infty \quad (2)$$

$$-\lambda_N \frac{\partial T_N}{\partial r}(r_N, t) = -a_\infty (T_\infty(t) - T_N(r_N, t)) \quad (3)$$

and the continuity conditions at the inner boundary of the layers are

$$T_i(r_i, t) = T_{i+1}(r_i, t), \quad i = 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r}(r_i, t) = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial r}(r_i, t), \quad i = 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

where a_∞ is heat transfer coefficient and T_∞ is ambient temperature. The non-homogeneous initial condition for $0 < \alpha \leq 1$ is assumed

$$T_i(r, 0) = F_i(r), \quad r \in [r_{i-1}, r_i], \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

An exact solution of the problem of the radial, time-fractional heat conduction in the multilayered sphere can be presented in the form of eigenfunctions series:

$$T_i(r, t) = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^N \int_0^t \int_{r_{j-1}}^{r_j} (t-\tau)^{\alpha-1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{N_k} \Phi_{i,k}(r) \Phi_{j,k}(r') E_{\alpha,\alpha}(-\beta_k^2 (t-\tau)^\alpha) g_j^*(r', \tau) dr' d\tau + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{a_j} \int_{r_{j-1}}^{r_j} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{N_k} \Phi_{i,k}(r) \Phi_{j,k}(r') E_{\alpha,1}(-\beta_k^2 t^\alpha) F_j^*(r') dr' + T_\infty(t) \quad (7)$$

where β_k , $\Phi_{i,k}$ are the eigenvalues and the eigenfunctions of an auxiliary problem, respectively, $E_{\alpha,\beta}$ is the Mittag-Leffler function, $F_i^*(r) = r(F_i(r) - T_\infty(0))$

$$g_i^*(r, t) = r \left(g_i(r, t) - \frac{\lambda_i}{a_i} \frac{\partial^\alpha T_\infty(t)}{\partial t^\alpha} \right), \quad N_k = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{a_i} \int_{r_{i-1}}^{r_i} \Phi_{i,k}^2(r) dr.$$

Using the solution (7), the temperature distribution in the sphere for different values of the order α was numerically determined. Two numerical examples are presented. The first example concerns the multilayered sphere which is subjected to an oscillating ambient temperature. In the second example the temperature in the sphere changes as a result of oscillating intensity of the volumetric energy generation. Although the examples deals the cases of layered sphere, the solution can be used to analysis of fractional heat conduction in a continuously graded spheres.

Keywords: **Green's function, heat conduction, multi-layered solid sphere**

References

- [1] Özişik M. N., *Heat condition*, second edition, John Wiley & Sons, INC., New York, 1993.
- [2] Siedlecka U., *Radial heat conduction in a multilayered sphere*, Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, 2014, 13 (4), 109-116.
- [3] Povstenko Y.Z., *Central symmetric solution to the Neumann problem for a time-fractional diffusion-wave equation in a sphere*, Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2012, 13, 1229-1238.
- [4] Klimek M., *On solutions of linear fractional differential equations of a variational type*, The Publishing Office of Czestochowa University of Technology, Czestochowa 2009.

WPLYW DOBORU METOD OBLICZANIA POCHODNYCH NA WYNIKI SYMULACJI PROCESU KRZEPNIĘCIA

Adam Kulawik¹, Henryk Adrian²

*¹Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

*²Katedra Metaloznawstwa i Metalurgii Proszków, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie,
Kraków, Polska*

adam.kulawik@icis.pcz.pl, adrian@agh.edu.pl

W pracy przeprowadzono analizę modelu numerycznego procesu krzepnięcia dwuskładnikowego stopu Ni-Cu. Układ ten charakteryzuje się tworzeniem roztworów idealnych zarówno w stanie ciekłym, jak i w stanie stałym, a wykres równowagi fazowej jest układem z nieograniczoną rozpuszczalnością składników w stanie stałym. Rozważany proces to krzepnięcie dendrytyczne w warunkach izotermicznych o stałych współczynnikach dyfuzji w fazie stałej i ciekłej. Do analizy zastosowano metodę pola fazowego w ujęciu przedstawionym przez Warrena i Boettingera. W metodzie tej rozwój mikrostruktury powstającej podczas krzepnięcia wyznacza się rozwiązując układ dwóch równań różniczkowych, określających zawartość fazy oraz koncentrację domieszki w dowolnym punkcie analizowanego obszaru. Wyniki symulacji krzepnięcia dendrytycznego wykazują silną zależność uzyskanych wyników od wyboru metody wyznaczania wartości pochodnych - zwłaszcza pochodnych funkcji pola fazowego. Wynika to przede wszystkim z powodu dużych wartości gradientów występujących na granicach międzyfazowych. W pracy przeprowadzono analizę wyników otrzymanych z różnych modeli wyznaczania pochodnych. Zaprezentowane wyniki otrzymano określając wartości pochodnych na podstawie:

1. metody elementów skończonych na bazie elementów kwadratowych z aproksymacją liniową oraz kwadratową,
2. metody różnic skończonych dla siatek strukturalnych z uwzględnieniem pozycji węzła w stosunku do osi rosnącego dendrytu, schemat jawny rozwiązania,
3. uogólnionej metody różnic skończonych dla siatek symetrycznych, schemat jawny rozwiązania.

W pracy zaprezentowano wyniki obliczeń rozwoju jednego kryształu w obszarze kontrolnym fazy ciekłej o kształcie kwadratu $35 \times 35 \mu\text{m}$ i czasu wzrostu równego 1ms przy założonej wartości przechłodzenia cieczy. Implementacja modelu została przeprowadzona w języku C++ (Visual Studio 2010). W celu przyspieszenia procesu obliczeniowego do rozwiązania omawianego problemu wykorzystano bibliotekę matematyczną Intel MKL oraz bibliotekę OpenMPI.

Słowa kluczowe: **metoda pola fazowego, model numeryczny, błędy obliczeń**

PSEUDOGRUPY PRZEKSZTAŁCEŃ W PRZESTRZENIACH TOPOLOGICZNYCH DYSKRETYCH

Jolanta Lipińska

*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
jolanta.lipinska@im.pcz.pl*

We wcześniejszej pracy rozważałam pseudogrupy przekształceń w przestrzeniach topologicznych antydyskretnych. W tym referacie analizuję, jakie własności będą posiadały pseudogrupy przekształceń, gdy będą ograniczać się do przestrzeni topologicznych dyskretnych. Stosuję dwie równoważne definicję pseudogrupy przekształceń. Pochodzącą od Ehresmanna, którą cytuje podręcznik Kobayashi S., Nomizu K. *Foundations of Differential Geometry*, a także podaną w moim artykule *Diffeomorphisms of quasi algebraic spaces*. Zauważam, że w takim przypadku rodzina złożona z dziedzin funkcji należących do pseudogrupy po dołączeniu do niej zbioru pustego będzie tworzyła nie tylko topologię, ale będzie również σ -ciałem, ponieważ w przestrzeni topologicznej dyskretnej wszystkie zbiory są równocześnie otwarte i domknięte. Oczywiście ciągłości odwzorowań w definicji Ehresmana nie ma potrzeby wtedy żądać, gdyż w przestrzeni topologicznej dyskretnej wszystkie odwzorowania są ciągłe.

Kolejnym problemem jest zagadnienie, z jakich elementów będą się składały pseudogrupy przekształceń w przestrzeniach topologicznych dyskretnych o skończonej liczbie elementów. Okazuje się, że wystarczy wziąć grupę permutacji zbioru n elementowego i ich zacieśnienia i do wszystkich możliwych podzbiorów.

Słowa kluczowe: **pseudogrupy przekształceń**

Literatura

- [1] Kobayashi S., Nomizu K., *Foundations of Differential Geometry I*, New York, London 1963.
- [2] Lipińska J., *Diffeomorphisms of quasi-algebraic spaces*, *Demonstratio Mat.*, 1986, 19, 139-153.
- [3] Lipińska J., *Uogólniona półgrupa inwersyjna i jej własności*, *Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Mat. Fiz.* 1981, 39, 287-295.
- [4] Lipińska J., *Groups of transformation as pseudogroups of functions*, *Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science*, 2006, 1(5), 69-70.
- [5] Lipińska J., *Przykłady uogólnionych półgrup inwersyjnych*, *Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Mat. Fiz.* 1981, 39, 297-303.

FUNKCJE SPEŁNIAJĄCE UOGÓLNIONY WARUNEK HÖLDERA I ICH WŁASNOŚCI

Maria Lupa

*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
marai.lupa@im.pcz.pl*

W niniejszej pracy rozważa się funkcje r -krotnie różniczkowalne, których r -te pochodne spełniają uogólniony warunek Höldera (warunek Höldera z funkcją γ).

Niech $[a, b]$ będzie przedziałem, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, $d := b - a$. Przyjmujemy następujące założenie:

(Γ) $\gamma: [0, d] \rightarrow [0, \infty)$ jest rosnąca i wklęsła, $\gamma(0)=0, \lim_{t \rightarrow 0^+} \gamma(t) = \gamma(0)$, $\lim_{t \rightarrow d^-} \gamma(t) = \gamma(d)$.

Przez $W_\gamma[a, b]$ oznaczmy zbiór funkcji r -krotnie różniczkowalnych, $r \in \mathbb{N}$, określonych w $[a, b]$ o wartościach w \mathbb{R} , takich, że ich r -te pochodne spełniają warunek: istnieje stała $M \geq 0$ taka, że

$$|\varphi^{(r)}(x) - \varphi^{(r)}(\bar{x})| \leq M\gamma(|x - \bar{x}|), \quad \bar{x}, x \in [a, b] \quad (1)$$

gdzie funkcja γ spełnia założenie (Γ).

Dowodzi się, że jeśli $\gamma'_+(0)$ jest skończona, to $LipC^r[a, b] = W_\gamma[a, b]$, gdzie $LipC^r[a, b]$ oznacza klasę funkcji r -krotnie różniczkowalnych, których r -te pochodne spełniają warunek Lipschitza. Dlatego rozważa się interesujący przypadek, gdy $\gamma'_+(0) = +\infty$.

Przestrzeń $W_\gamma[a, b]$ z normą daną wzorem:

$$\|\varphi\| := \sum_{k=0}^r |\varphi^{(k)}(a)| + \sup \left\{ \frac{|\varphi^{(r)}(x) - \varphi^{(r)}(\bar{x})|}{\gamma(|x - \bar{x}|)}; x, \bar{x} \in [a, b], x \neq \bar{x} \right\} \quad (2)$$

lub

$$\begin{aligned} \|\varphi\|_0 := & \sum_{k=0}^r \sup_{x \in [a, b]} |\varphi^{(k)}(x)| + \\ & + \sup \left\{ \frac{|\varphi^{(r)}(x) - \varphi^{(r)}(\bar{x})|}{\gamma(|x - \bar{x}|)}; x, \bar{x} \in [a, b], x \neq \bar{x} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

jest przestrzenią unormowaną Banacha. Dowodzi się równoważności norm (2) oraz (3). Ponadto, wykazuje się, że iloczyn funkcji należących do przestrzeni $W_\gamma[a, b]$ też jest elementem tej przestrzeni oraz istnieje stała $K_2 > 0$ taka, że zachodzi nierówność

$$\|f \cdot g\|_0 \leq K_2 \|f\|_0 . \quad (4)$$

Słowa kluczowe: **uogólniony warunek Höldera, równoważność norm**

Literatura

- [1] Appell J., Banaś J., Merentes N., *Bounded Variation and Around*, De Gruyter Studies in Non-linear Analysis and Applications, Volume 17, Würzburg 2014.
- [2] Appell J., Zabrejko P.P., *Nonlinear Superposition Operators*, Cambridge University Press, Cambridge-New York-Port Chester-Melbourne-Sydney 1990.
- [3] Lupa M., *Form of Lipschitzian operator of substitution in some class of functions*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Matematyka, 1990, 21, 87-96.
- [4] Lupa M., *On solutions of a functional equation in a special class of functions*, Demonstratio Mathematica 1993, XXVI, 1, 137-147.
- [5] Lupa M., *W_γ - solutions of linear Iterative Functional Equations*, Demonstratio Mathematica 1994, XXVII, 2, 417-425.

MODELOWANIE ENERGII LINIOWEJ SPAWANIA WIELKOŚCIĄ PÓL POPRZECZNYCH SPOIN I NAPON

Michał Macherzyński¹, Kwiryn Wojsyk², Marek Gucwa³

¹*Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

^{2,3}*Instytut Technologii Mechanicznych, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

m.macherzynski@gmail.com, kwiryn@gmail.com, mgucwa@spaw.pcz.pl

W przygotowywanej prezentacji poruszany i omawiany jest problem związany z prawidłowym określeniem energii liniowej spawania/napawania. Przedstawiono propozycję właściwego określenia jej za pomocą znajomości wielkości pól poprzecznych spoin i napon. Zagłębiając się w problem musimy w pierwszej kolejności scharakteryzować energię liniową, która jest definiowana [1], [2] jako stosunek energii wprowadzonej do metalu do długości utworzonej spoiny/napoiny, lub po podzieleniu przez czas – jako stosunek mocy skutecznej źródła ciepła do prędkości spawania:

$$E_l = \frac{E}{l} = \frac{q}{v} \quad (1)$$

E_l – energia liniowa

E – energia wprowadzana

l – długość spoiny/napoiny

q – moc skuteczna źródła ciepła

v – prędkość liniowa spawania/napawania, dla spawania łukowego

Tak ogólnie przyjęty i powszechnie używany wzór błędnie określa prawidłową ilość wprowadzonego ciepła, gdyż tej samej energii liniowej odpowiadają różne pola izoterm, a zatem różne objętości przetopienia [3]. Z badań [4] wynika, iż aby precyzyjnie określić E_l , należałoby wziąć pod uwagę dodatkowe czynniki, których zgodnie z przytoczonym artykułem [1] jest jeszcze minimum szesnaście. W przygotowywanej pracy głównym tokiem myślenia prowadzącym do celu - prawidłowego określania ilości wprowadzanego ciepła do materiału jest wyprowadzenie zależności między polem poprzecznym spoin i napon, a wartością energii liniowej. Założenie przyjętego modelu obliczeniowego opiera się na tym, że spawanie określonymi parametrami prądowo-napięciowymi przekazuje spawanym (napawanym) elementom stałą ilość ciepła w jednostce czasu, a wielkościom tym odpowiada jednakowa objętość przetopienia definiowana polem przekroju poprzecznego spoiny/napoiny przy innych niezmiennych stałych parametrach procesu. Wystarczy zatem znaleźć sposób szybkiej, np. pikselowej

oceny wielkości przetopionych pól poprzecznych spoiny/napoiny i umieścić je w odpowiedniej tabeli, lub nomogramie, a możliwe będzie prawidłowe ocenienie i uszeregowanie rzeczywistej energii liniowej spawania/napawania.

Słowa kluczowe: **matematyka, modelowanie, energia liniowa**

Literatura

- [1] Wojsyk K., *Badanie metodą termograficzną energii liniowej spawania i napawania*, Przegląd Spawalnictwa, 8/2007, 34-38.
- [2] Kudła K., Wojsyk K., *Czy sposób doprowadzania ciepła ma istotny wpływ na geometrię spoin?*, Biuletyn Instytutu Spawalnictwa w Gliwicach, 5/2012, 140-144.
- [3] Myśliwiec M., *Ciepłno - mechaniczne podstawy spawalnictwa*, Warszawa, WNT 1972, 86.
- [4] Kudła K., Wojsyk K., *Normowana energia liniowa a ilość ciepła wprowadzonego podczas spawania*, Przegląd Spawalnictwa 12/2010, 21-25.

Publikacja jest współfinansowana w ramach projektu „Odbierz klucz do sukcesu – kierunki zamawiane na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Informatyki” nr POKL.04.01.02-00-149/12-01 współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

**MODELOWANIE MATEMATYCZNE W PROJEKTOWANIU
STANOWISKA DO POMIARU UGIĘCIA PROFILI ZE STOPÓW
METALI NIEŻELAZNYCH**

Mateusz Marzec¹, Tomasz Domański²

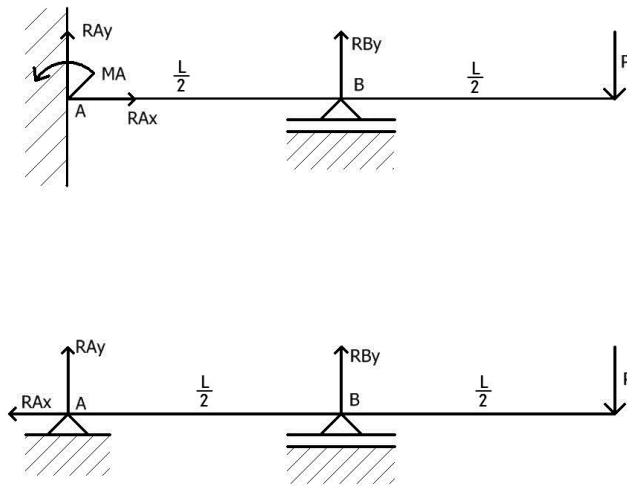
¹Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska

²Institut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska

marzecz93@gmail.com, t.domanski@imipkm.pcz.pl

W celu wykonania projektu stanowiska służącego do pomiaru odkształceń profili wykonanych ze stopów metali nieżelaznych (głównie ze stopów aluminium), które obecnie służy do badań poznawczych w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn na Politechnice Częstochowskiej, konieczne było przygotowanie modelu matematycznego. Model ów był niezbędny do określenia wartości działających sił, co z kolei umożliwiło zaprojektowanie odpowiednio sztywnej konstrukcji stanowiska. Wspomniana sztywność ma kluczowe znaczenie dla wyniku pomiaru, ponieważ bezpośrednio wpływa na uzyskiwaną dokładność.

Wyznaczono przemieszczenia pionowe (ugięcia) badanej belki przy zastosowaniu metod analitycznych. Ugięcia, jako dane wejściowe, zostały wykorzystane w projekcie stanowiska, ponieważ od nich zależał dobór obciążeń stosowanych podczas badania profili oraz miały one wpływ na wysokość podpory i zamocowania. W dwóch analizowanych układach (rys. 1) założono przypadki podparcia i obciążenia, przy których uzyskuje się maksymalne ugięcie belki.



Rys. 1. Założenia projektowe zamocowania profilu

Ugięcie belki opisane jest przez następujące równanie różniczkowe:

$$EJw'' = M(x) \quad (1)$$

gdzie EJ to sztywność na zginanie, $M(x)$ to moment gnący [$N \cdot m$], natomiast $w=w(x)$ jest przemieszczeniem poprzecznym (ugięciem) [m].

Do wyznaczenia ugięcia w dwóch analizowanych przypadkach zastosowano metodę Clebscha [1] [2]. Ugięcie opisane jest całką:

$$w(x) = \frac{1}{EJ} \left(Cx + D + \iint M(x) dx dx \right) \quad (2)$$

Stałe całkowania C i D wyznacza się z warunków brzegowych, a mianowicie:

$$\begin{aligned} 1: & w(x=0)=0, \quad w'(x=0)=0, \quad w(x=L/2)=0 \\ 2: & w(x=0)=0, \quad w(x=L/2)=0 \end{aligned} \quad (3)$$

Ostatecznie, dla omawianych przypadków podparcia belki, ugięcia opisane są następującymi równaniami:

$$\begin{aligned} 1: & w(x) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{3}{48} PLx^2 - \frac{1}{8} Px^3 \Big|_1 + \frac{7}{24} P \left(x - \frac{L}{2} \right)^3 \Big|_2 \right) \\ 2: & w(x) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{24} PL^2x - \frac{1}{6} Px^3 \Big|_1 + \frac{1}{3} P \left(x - \frac{L}{2} \right)^3 \Big|_2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Słowa kluczowe: **ugięcie belki, metoda Clebscha, rozwiązania analityczne**

Literatura

- [1] Niezgodziński M. E., Niezgodziński T., *Wytrzymałość materiałów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.
- [2] Jakubowicz A., Orłoś Z., *Wytrzymałość materiałów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1978.

Publikacja jest współfinansowana w ramach projektu „Odbierz klucz do sukcesu – kierunki zamawiane na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Informatyki” nr POKL.04.01.02-00-149/12-01 współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

ZASTOSOWANIE ARCHITEKTUR WIELORDZENIOWYCH W KOMPUTEROWYCH SYMULACJACH ZJAWISK TERMOMECHANICZNYCH

Grzegorz Michalski

*Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
grzegorz.michalski@icis.pcz.pl*

Problemy przed jakimi stają obecnie inżynierowie, wymagają niejednokrotnie przeprowadzenia bardzo skomplikowanych symulacji komputerowych, na podstawie których wprowadzane mogą być różnego rodzaju zmiany do analizowanego obiektu (jego modelu geometrycznego). W znaczącej części takich symulacji wyznaczone są rozkłady różnych wielkości fizycznych, takich jak: naprężenia, odkształcenia, przemieszczenia czy temperatura. Wyznaczenie takich rozkładów dla obiektu ciągłego w przestrzeni materialnej możliwe jest w sposób przybliżony z wykorzystaniem modelu numerycznego rozważanego zjawiska lub procesu. Model numeryczny otrzymuje się poprzez rozwiązanie równań różniczkowych cząstkowych, które tworzą model matematyczny badanego problemu. Analityczne rozwiązanie powstałych równań dla problemów stawianych w dniu dzisiejszym przed inżynierami jest w praktyce niemożliwe, ponieważ analizowane przez nich obiekty z reguły posiadają skomplikowane kształty oraz nałożone są na nie złożone warunki brzegowe.

Najpowszechniej w symulacjach inżynierskich stosuje się dyskretyzację analizowanego obszaru, czyli jego podział na mniejsze, geometrycznie proste obszary. Dyskretyzacja rozważanego obszaru służy do przełożenia modelu matematycznego zagadnienia na jego model numeryczny [1]. W końcowym efekcie otrzymuje się układ równań algebraicznych (najczęściej) liniowych o skończonej liczbie niewiadomych.

Autor wykorzystał w pracy Metodę Elementów Skończonych do przeprowadzenia komputerowej symulacji procesu krzepnięcia odlewu w formie odlewniczej. Zagadnienie to wymaga budowania przeprowadzenia komputerowej symulacji wielu kroków czasowych. W każdym kroku czasowym niezbędne jest zbudowanie od początku układu równań oraz jego efektywne rozwiązanie. Symulacje skomplikowanych problemów fizycznych są czasochłonne, a z reguły wymagane jest wielokrotne wykonanie takich obliczeń. Jednym z rozwiązań jest wykorzystanie klastrów obliczeniowych, jednak nie każdy inżynier posiada dostęp do tego rodzaju zasobów.

W pracach [2, 3] przedstawiono możliwość wykorzystania procesorów graficznych do realizacji komputerowych symulacji inżynierskich. Procesory graficzne oferują bardzo dużą moc obliczeniową, niestety opracowanie oprogramowania wykorzystującego efektywnie tego typu zasoby jest trudne i nie zawsze opłacalne.

W pracy przedstawiono możliwości zastosowania wielordzeniowych procesorów ogólnego przeznaczenia (wspierających wykonywanie instrukcji wektorowych) dostępnych w każdym komputerze do wydajnego przeprowadzenia komputerowej symulacji procesu krzepnięcia. Efektywne wykorzystanie zasobów podstawowego narzędzia współczesnego inżynieria, jakim jest komputer umożliwia znaczące zmniejszenie kosztów związanych z dostępem do zasobów klastrów obliczeniowych. W przypadku komputerowych symulacji inżynierskich koszty nie oznaczają tylko sprawy finansowej w głównej mierze związane są z czasem. W przypadku dostępu do zewnętrznych zasobów inżynier otrzymuje dostęp o określonej godzinie, na określony z góry czas. Konieczność wprowadzenia zmian w modelu powoduje ponowne oczekiwanie na zasoby, a później na wyniki. Wykorzystanie wielordzeniowego procesora do przeprowadzenia komputerowej symulacji eliminuje ten problem.

Słowa kluczowe: **modelowanie numeryczne, krzepnięcie, przetwarzanie równoległe i rozproszone, metody numeryczne, symulacje inżynierskie**

Literatura

- [1] M. Kleiber (red.), *Komputerowe metody mechaniki ciał stałych*, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 1995
- [2] G. Michalski, N. Szczygiol, *Using Modern Multi-/Many-core Architecture for the Engineering Simulations*, Transactions on Engineering Technologies, Springer Netherlands, 2015, 55 - 67
- [3] G. Michalski, N. Szczygiol, *Using CUDA Architecture for the Computer Simulation of the Casting Solidification Process*, Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2014, 12 - 14 March 2014, Hong Kong (Lecture Notes in Engineering and Computer Science), 933 – 937

WIELOMIANOWA INTERPOLACJA UZYSKANEJ GŁĘBOKOŚCI DYFUZJI AZOTU NA PODŁOŻU AZOTOWANEJ JONOWO STALI AUSTENITYCZNEJ X5CrNi18-10

Marzena Ogórek¹, Grzegorz Biernat², Tadeusz Frączek¹, Marcin Knapieński¹

¹*Wydział Inżynierii Produkcji i Technologii Materiałów, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

²*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

marzenaogorek@wip.pcz.pl, grzegorz.biernat@im.pcz.pl, fraczek@wip.pcz.pl, knap@wip.pcz.pl

W pracy zaproponowano wielomianową interpolację tensorową uzyskanych wyników badań głębokości dyfuzji azotu na podłożu stali austenitycznej gatunku 304 wg AISI (X5CrNi18-10 wg PN-EN 10088-1:1998.), poddanej procesowi azotowania jonowego, zgodnie z zasadami matematycznego planowania doświadczeń, w zakresie temperatury $T=538 \div 673\text{K}$ ($325 \div 400^\circ\text{C}$) i w czasie od $7,2 \div 14,4$ ks (od 2 do 4 h), po dwóch różnych wariantach rozmieszczenia próbek w komorze jarzeniowej. Pierwszy wariant - elementy przeznaczone do azotowania zostały umieszczone na katodzie, wariant drugi – azotowane elementy umieszczone na katodzie zostały dodatkowo przykryte ekranem aktywnym w celu intensyfikacji oddziaływania plazmy wyładowania jarzeniowego w procesie azotowania.

Dla osiągnięcia założonych celów pracy przeprowadzono badania profilu rozkładów pierwiastków w warstwie wierzchniej na optycznym spektrometrze emisyjnym z wyładowaniem jarzeniowym HORIBA Jobin Yvon GD-Profilier HR (RF GDOES: Glow Discharge Optical Emission Spectroscopy) z wyładowczą lampą Grimm'a o średnicy katody 4 mm. Na podstawie analizy profilu składu chemicznego wyznaczono głębokość dyfuzji azotu w zależności od przyjętych w schemacie matematycznego planowania doświadczeń parametrów procesu azotowania. Stwierdzono, że zastosowanie ekranu aktywnego powoduje intensyfikację procesu azotowania jonowego. Skutkuje to uzyskaniem $2 \div 6$ – krotnego wzrostu głębokości dyfuzji azotu w głąb azotowanego podłoża ze stali austenitycznej gatunku X5CrNi18-10 przy zastosowaniu ekranu aktywnego w odniesieniu do wariantu azotowania katodowego. Ponadto analiza zawartości azotu w otrzymanych warstwach wierzchnich wykazała, że wzrost temperatury procesu azotowania oraz wydłużenie czasu jego trwania powoduje zwiększenie koncentracji azotu w strefie przypowierzchniowej oraz wzrost głębokości jego dyfuzji w głąb azotowanego podłoża.

Otrzymane wartości koncentracji azotu w uzyskanych w wyniku azotowania warstwach wierzchnich są określone jedynie dla 12 węzłów przyjętego planu badań. W celu określenia koncentracji azotu w pozostałym zakresie przyjętego obszaru badań przeprowadzono wielomianową interpolację wyników głębokości dyfuzji azotu w uzyskanych warstwach wierzchnich. Interpolacja wyników badań

głębokości dyfuzji pozwoliła opisać tą cechę w postaci funkcji wielomianowej i uzyskać wartości tej funkcji w nie mierzonych punktach, wewnątrz obszaru badań. Wielomian interpolacyjny jest wyznaczony jednoznacznie.

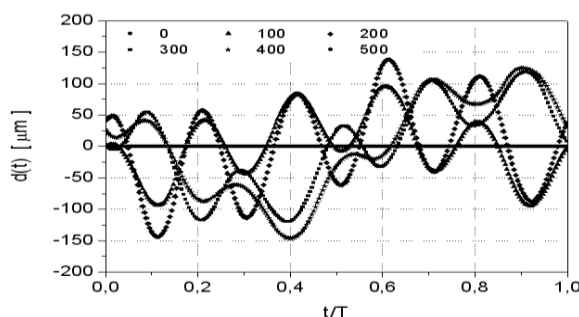
Słowa kluczowe: **interpolacja tensorowa, głębokość dyfuzji azotu, modelowanie matematyczne**

**METODA WIZUALIZACJI DANYCH POMIAROWYCH
REPREZENTUJĄCYCH PROCESY O ZMIENNOŚCI
AMPLITUDOWO-FAZOWEJ**

Jacek Piątkowski

*Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
jacekp@icis.pcz.pl*

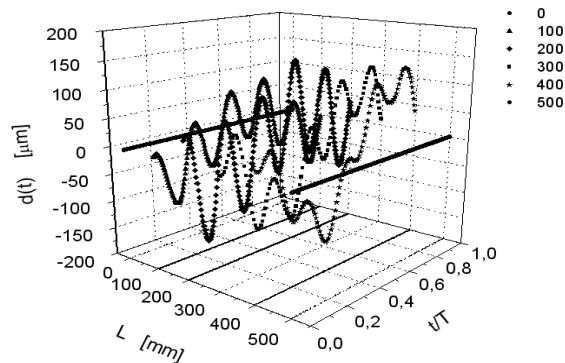
W wielu przypadkach monitorowania zjawisk i procesów fizycznych dysponujemy danymi pozyskanymi ze zdecydowanie różną rozdzielczością. Bardzo często bowiem, ze względów ekonomicznych, jak i technicznych nie można pozyskać zbiorów cech jednakowo licznie reprezentujących wymiary obserwacji. Zawsze istnieją bowiem jakieś ograniczenia co do miejsc i liczby montowanych przetworników. Typowym przykładem mogą tu być dane rejestrowane w dziedzinie czasu i przestrzeni. Do stworzenia obrazu będącego chwilową reprezentacją badanego procesu posługujemy się kilkoma lub co najwyżej kilkunastoma szeregami czasowymi – złożonymi z kilkuset czy kilku tysięcy próbek. W takim przypadku można powiedzieć, że dokonujemy próby oceny czy też klasyfikacji tego procesu dysponując fragmentami jego obrazu. Czasami jednak postępowanie takie może prowadzić do otrzymania błędnych wyników. Przyczyną błędów interpretacji danych mogą też być ograniczone możliwości percepcyjne człowieka. Przykładem niech będą przebiegi czasowe sygnałów prezentowane na rys.1. Przedstawiają one zmiany wartości amplitudy przemieszczenia drgań względnych (d) wału maszyny wirnikowej w funkcji czasu (t) przypadające na jeden obrót wału – o okresie (T).



Rys. 1. Przebiegi czasowe drgań względnych wału zarejestrowane przy prędkości 500 obr/min

Prezentacja danych pomiarowych w postaci wykresów jak na rys. 1, jakkolwiek prosta w interpretacji, nie daje możliwości przestrzennej oceny wielu cech diagnostycznych - np. kąta skręcenia wału. Mało efektywne jest też obserwowanie

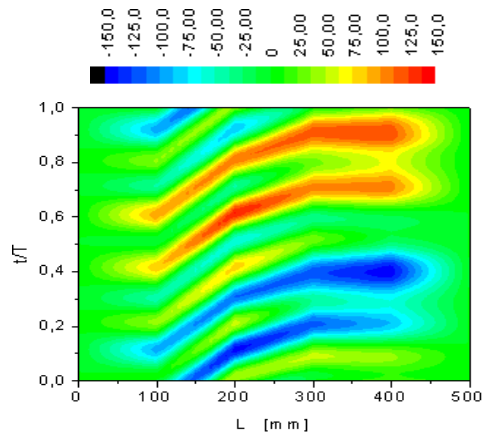
przebiegów drgań w trójwymiarowym układzie współrzędnych (jak na rys. 2.). Stworzony w ten sposób obraz analizowanego procesu utrudnia, a wręcz uniemożliwia poprawną jego interpretację.



Rys. 2. Przestrzenna wizualizacja tych samych (co na rys. 1.) danych pomiarowych

Zawodne też okazuje się być tworzenie wykresów warstwicznych przy użyciu metod, w których nie uwzględniane są amplitudowo-fazowe zależności pomiędzy rejestrowanymi sygnałami.

W zgłaszanej pracy zaprezentowany zostanie algorytm amplitudowo-fazowej interpolacji danych, którego zastosowanie pozwoliło osiągnąć zdecydowaną poprawę jakości wykresów warstwicznych (rys. 3.) odzwierciedlających stan analizowanego procesu.



Rys. 3. Warstwiczna wizualizacja drgań względnych wału wykorzystująca amplitudowo-fazową interpolację danych pomiarowych

Słowa kluczowe: **diagnostyka maszyn, nadzór stanu drganiowego, interpolacja danych, wirnik giętki**

ANALITYCZNE METODY OKREŚLANIA WŁASNOŚCI MECHANICZNYCH POŁĄCZEŃ SPAWANYCH ZE STALI O PODWYŻSZONEJ WYTRZYMAŁOŚCI

Wiesława Piekarska, Dorota Goszczyńska, Zbigniew Saternus

*Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

w.piekarska@imipkm.pcz.pl, d.goszczyńska@imipkm.pcz.pl, z.saternus@imipkm.pcz.pl

W pracy przedstawiono analityczne metody prognozowania struktury i własności mechanicznych strefy wpływu ciepła (SWC) elementów spawanych ze stali o podwyższonej wytrzymałości. Na podstawie zależności empirycznych wyznaczono wielkości charakterystyczne tj. temperatury początku i końca przemian fazowych oraz określono zróżnicowane temperatury początku i końca przemian odpowiadające prędkościom chłodzenia $v_{8/5}$ ($t_{8/5}$) i sporządzono obliczeniowy spawalniczy wykres CTPc-S stali oraz odpowiadający wykresowi skład fazowy.

Dla znanego składu fazowego oraz znanych własności mechanicznych poszczególnych składników strukturalnych wyznaczono analitycznie, skojarzone ze składem fazowym własności mechaniczne stali. Przedstawiono przykład prognozowania składu fazowego i własności mechanicznych doczołowego złącza spawanego łukiem elektrycznym. Otrzymane wielkości na drodze analitycznego prognozowania porównano z wynikami otrzymanymi na drodze badań eksperymentalnych.

Słowa kluczowe: **metody analityczne, przemiany fazowe, ułamki fazowe, własności mechaniczne, strefa wpływu ciepła**

Literatura

- [1] Perret W., Schwenk C., Rethmeier M., *Comparison of analytical and numerical welding temperature field calculation*, Computational Materials Science, 2010, 47, 1005–1015.
- [2] Mięka J., *Analityczne metody oceny spawalności stali*, Zeszyty Naukowe Mechanika nr 85, Politechnika Krakowska, Kraków, 2001.
- [3] Seyffarth P., Kasatkin O. G., *Mathematisch-statistische Beschreibung der Austenitumwandlung in der Wärmeeinflußzone*, Schweißtechnik, 1979, 29, 117-119.
- [4] Mittemeijer E.J., Sommer F., *Solid state phase transformation kinetics: a modular transformation model*, Z. Metallkd., 2002, 93, 352-360.
- [5] Piekarska W., *Analiza numeryczna zjawisk termomechanicznych procesu spawania laserowego. Pole temperatury, przemiany fazowe i naprężenia*, seria Monografie nr 135, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, 2007.
- [6] Tasak E., *Metalurgia spawania*, wyd. JAK, Kraków, 2008.
- [7] Winczek J., Rygał G., *Modelling of a temporary temperature field during arc weld surfacing of steel elements taking into account heat of the weld*, J. Appl. Math. Comput. Mech., 2015, 14, 111-120.
- [8] Piekarska W., Kubiak M., *Theoretical investigations into heat transfer in laser-welded steel sheets*, J Therm Anal Calorim, 2012, 110, 159-166.

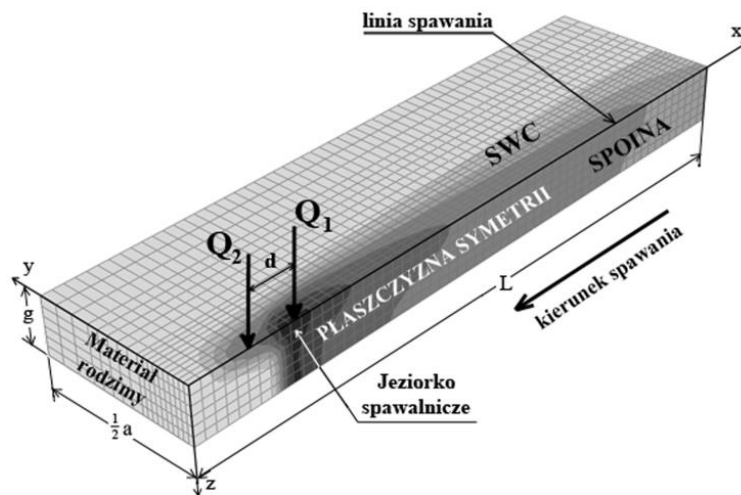
MODELOWANIE NUMERYCZNE DEFORMACJI ZŁĄCZA SPAWANEGO ŹRÓDŁEM HYBRYDOWYM

Wiesława Piekarska, Zbigniew Saternus, Marcin Kubiak

*Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

piekarska@imipkm.pcz.pl, saternus@imipkm.pcz.pl, kubiak@imipkm.pcz.pl

Technologia spawania hybrydowego laser - łuk elektryczny (rys. 1) znajduje coraz szersze zastosowanie w przemyśle, dzięki połączeniu dwóch metod spawania, wiązką promieniowania laserowego i łukiem elektrycznym [1-3]. Jednym z istotnych problemów procesu spawania jest powstawanie deformacji elementów łączonych [4, 5].



Rys. 1. Schemat spawania hybrydowego laser-łuk elektryczny

Numeryczne oszacowanie powstałych deformacji ma istotne znaczenie w początkowym etapie projektowania konstrukcji, ponieważ pozwala na dobór prawidłowych parametrów technologicznych procesu i umożliwia prognozowanie jakości połączeń spawanych.

Praca dotyczy symulacji numerycznej zjawisk termomechanicznych procesu spawania i deformacji elementów płaskich wykonanych ze stali austenitycznej spawanych z zastosowaniem hybrydowego źródła spawającego laser - łuk elektryczny. W celu wyznaczenia deformacji spawalniczych wywołanych działaniem pola temperatury opracowano w programie ABAQUS FEA trójwymiarowy model dyskretny. W module obliczeniowym ABAQUS/Standard zaimplementowano

dotatkową procedurę numeryczną, w której opisano rozkład mocy hybrydowego źródła spawającego poruszającego się po ustalonej linii spawania. W analizie uwzględniono zmienne z temperaturą własności termomechaniczne spawanego materiału.

Zaprezentowano wyniki symulacji numerycznej rozkładu temperatury, określono kształt i wielkość strefy przetopienia oraz określono deformacje spawalnicze występujące w płaskowniku spawanym doczołowo techniką hybrydową.

Słowa kluczowe: **modelowanie numeryczne, źródło hybrydowe, pole temperatury, deformacje spawalnicze, program Abaqus**

Literatura

- [1] Pilarczyk J., Banasik M., Dworak J., Stano S., *Spawanie hybrydowe z wykorzystaniem wiązki laserowej i łuku elektrycznego*, Przegląd Spawalnictwa, 2007, 10, 44-48.
- [2] Bagger C., Olsen F. O., *Review of laser hybrid welding*, Journal of Laser Applications, 2005, 17, 1, 2-14.
- [3] Guen E., Carin M., Fabbri, R., Coste F., Le Masson Ph., *3D heat transfer model of hybrid laser Nd:Yag-MAG welding of S355 steel and experimental validation*, Journal of Heat and Mass Transfer, 2011, 54, 1313-1322.
- [4] Deng D., Murakawa H., *Prediction of welding distortion and residual stress in a thin plate butt-welded joint*, Computational Materials Science, 2008, 43, 2, 353-365.
- [5] Piekarska W., Kubiak M., Saternus Z., *Numerical simulation of deformations in T-joint welded by the laser beam*, Arch Metall Mater, 2013, 58 (4); 1391-1396.

KONSTRUKCJA NATURALNYCH WARUNKÓW BRZEGOWYCH DLA OPERATORÓW RÓŻNICZKOWYCH

Antoni Pierzchalski

*Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Łódzki,
Łódź, Polska
antoni@math.uni.lodz.pl*

Na przykładzie operatora pochodnej kowariantnej i jej nieredukowalnych składników (gradientów w sensie Steina-Weissa) przedstawiona zostanie metoda konstrukcji zbioru naturalnych warunków brzegowych. Warunki te zawierają jako przypadki szczególne rozważane na ogół w literaturze warunki brzegowe typu Dirichleta czy Neumanna. W przypadku, gdy złożenie wspomnianych operatorów (lub ich kombinacji liniowych) ze swoim sprzężeniem, prowadzi do operatora rzędu drugiego typu eliptycznego (jak to ma miejsce w przypadku laplasjanów Bochnera, Hodge'a, Ahlforsa czy innych klasycznych eliptycznych operatorów liniowych), przedyskutowany zostanie problem eliptyczności tych warunków w sensie Gilkeya-Smitha. Eliptyczność ta jest o tyle istotna, że zapewnia istnienie zupełnego układu ortonormalnego (w odpowiedniej przestrzeni Hilberta cięć wiązki w której działa operator) złożonego z cięć gładkich, spełniających dany eliptyczny warunek brzegowy. To z kolei, o ile brzeg jest „wystarczająco regularny”, może prowadzić do konstrukcji rozwiązań. Metoda zostanie zilustrowana przykładem tzw. wagowego laplasjanu Hodge'a w kuli jednostkowej w \mathbf{R}^n .

Słowa kluczowe: **operator różniczkowy, gradient Steina-Weissa, operator eliptyczny, eliptyczny warunek brzegowy**

Literatura

- [1] Gilkey P., *Invariance theory, the heat equation and the Atiah-Singer index theorem*, Publish or Perish, Wilmington, Delaware, 1984.
- [2] Kalina J., Pierzchalski A., Walczak P., *Only one of generalized gradients can be elliptic*, Annales Polon. Math., 1997, 67, 111-120.
- [3] Kalina J., Orsted B., Pierzchalski A., Walczak P., Zhang G., *Elliptic gradients and highest weights*, Bull. Acad. Polon. Sci., Math., 1996, 44, 527-535.
- [4] Branson T., *Stein-Weiss gradients and ellipticity*, J. Funct. Anal., 1997, 151, 334-383.
- [5] Branson T., Pierzchalski A., *The natural boundary conditions for gradients*, to appear.
- [6] Kozłowski W., Pierzchalski A., *Natural boundary value problems for weighted form laplacians*, Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa, 2008, VII, 343 -367.

O ZASTOSOWANIU FUNKCJI NAPRĘŻEŃ AIRY'EGO DO ANALIZY PROBLEMU LOKALNEJ UTRATY STATECZNOŚCI

Jolanta Pozorska¹, Zbigniew Pozorski²

¹*Instytut Matematyki, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

²*Instytut Konstrukcji Budowlanych, Politechnika Poznańska,
Poznań, Polska*

jolanta.pozorska@im.pcz.pl, zbigniew.pozorski@put.poznan.pl

Zjawisko lokalnej utraty stateczności okładzin objawia się poprzez pojawianie się pofalowania ściskanej okładziny. Wyróżniamy dwa główne podejścia do teoretycznej analizy tego zjawiska: metodę energetyczną oraz metodę równań różniczkowych. Podejście energetyczne było stosowane w pracach [1, 2], a podejście równań różniczkowych w pracach [3, 4]. W przypadku stosowania równań różniczkowych zazwyczaj rozpatruje się przypadek płaskiego stanu naprężeń. Systematycznie pojawiają się kolejne prace dotyczące lokalnej utraty stateczności w płytach warstwowych, choć należy przyznać, że ze względu na złożoność opisu zjawiska, dominują metody numeryczne i badania eksperymentalne.

Rozwiązanie płaskiego zadania teorii sprężystości można uprościć wprowadzając funkcję naprężeń Airy'ego, za pomocą której można wyrazić składowe stanu naprężenia (w układzie współrzędnych x, z):

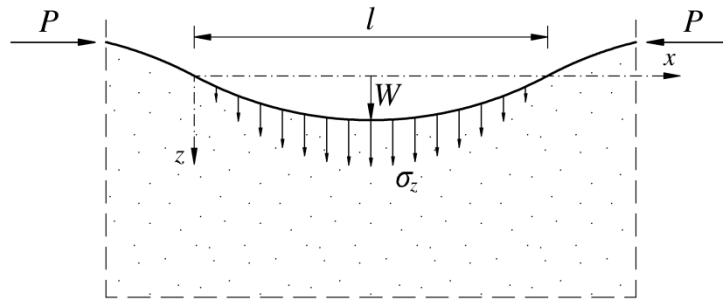
$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \quad \sigma_z = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xz} = -2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z}. \quad (1)$$

Wykorzystując związki fizyczne dla płaskiego stanu naprężenia i podstawiając powyższe zależności do równania nierozdzielności odkształceń otrzymamy równanie różniczkowe biharmoniczne:

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} = 0. \quad (2)$$

Problem płaskiego stanu naprężenia sprowadza się w ten sposób do jednej niewiadomej funkcji $\Phi(x,z)$. Funkcja ta musi spełniać równanie (2), a składowe stanu naprężenia przez nią wyrażone muszą spełniać warunki brzegowe.

Niniejsza praca przedstawia zastosowanie funkcji Airy'ego do rozwiązania problemu lokalnej utraty stateczności (pomarszczenia) cienkiej okładziny stalowej połączonej z odkształcalnym podłożem sprężystym (rys. 1). Wyznaczenie naprężeń krytycznych powodujących pomarszczenie okładziny jest jednym z istotnych zagadnień mechaniki płyt warstwowych. Lokalna utrata stateczności jest bowiem podstawowym mechanizmem zniszczenia płyty.



Rys. 1. Lokalna utrata stateczności cienkiej okładziny połączonej z podatnym podłożem

Punktem wyjściowym do analizy rozpatrywanego problemu jest interpretacja znanego z literatury [3] rozwiązania:

$$\Phi = A \sin \frac{\pi x}{l} (1 - Bz) e^{-\frac{\pi z}{l}}, \quad (3)$$

w którym A i B to stałe, a l jest połową długości fali pomarszczenia. Następnie zastosowano podejście energetyczne i porównano rozwiązania tego samego zagadnienia uzyskane różnymi metodami. Rozpatrzono również przypadek płaskiego stanu odkształcenia. W pracy podjęty został też bardziej ogólny przypadek podłoża ortotropowego.

Słowa kluczowe: **matematyka stosowana, funkcja Airy'ego, płyty warstwowe, lokalna utrata stateczności**

Literatura

- [1] Hoff N.J., Mautner S.E., *Bending and buckling of sandwich beams*, Journal of Aeronautical Sciences, 1948, 15(12), 707-720.
- [2] Plantema F.J., *Sandwich construction*, John Wiley & Sons, Inc., 1966.
- [3] Allen H.G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels*, Pergamon Press Ltd., London 1969.
- [4] Stamm K., Witte H., *Sandwichkonstruktionen. Berechnung, Fertigung, Ausführung*, Springer-Verlag, 1974.

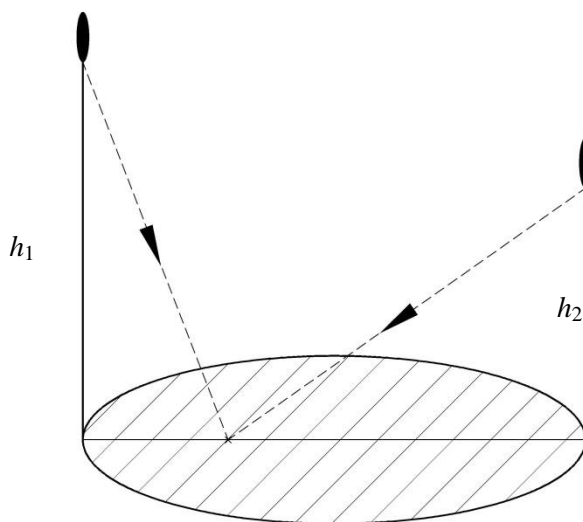
CIEKAWY ROZWIĄZANIA ZADAŃ WIĄŻĄCYCH WIEDZĘ Z MATEMATYKI I FIZYKI

Grażyna Rygał

*Instytut Edukacji Przedszkolnej i Szkolnej, AJD w Częstochowie,
Częstochowa, Polska
g.rygal@ajd.czyst.pl*

Jest wiele zadań matematycznych łączących w swej treści matematykę z fizyką. Uczniowie szkół ponadgimnazjalnych, chcący studiować kierunki techniczne, powinni poznać taki typ zadań. Może to być realizowane na lekcjach matematyki, czy fizyki lub na zajęciach koła matematycznego. Zadania rozwiązane na drodze czysto algebraicznej często sprawiają uczniom kłopot, gdyż ich intuicje algebraiczne są mniej rozwinięte. Zaprezentowanych zostanie kilka zadań z rozwiązanych metodami geometrycznymi. Niekiedy takie podejście umożliwia uzyskanie w prosty sposób rozwiązania skomplikowanego problemu. Przykład takiego zadania przedstawiono poniżej, prezentując rozwiązanie geometryczne i algebraiczne.

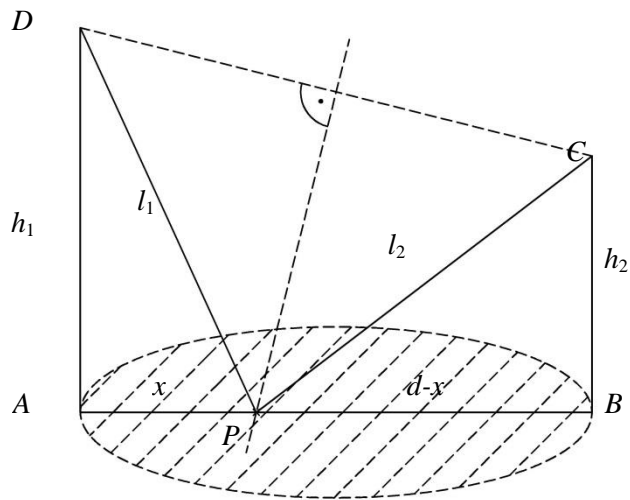
Zadanie. Z wierzchołków dwóch drzew o wysokościach h_1 i h_2 metrów ($h_1 > h_2$) wylatują równocześnie z tą samą prędkością i najkrótszą drogą dwa ptaki, aby w tym samym miejscu jeziora równocześnie napić się wody. Wskazać to miejsce (rys. 1) [1].



Rys. 1.

Rozwiązanie.

Ptaki, mając taką samą prędkość, w tym samym czasie muszą wykonać tę samą drogę. Spełniony jest więc warunek: $l_1 = l_2$ (rys. 2).



Rys. 2.

Prowadząc symetralną odcinka CD otrzymamy punkt P przecięcia się tej symetralnej z prostą AB . Punkt P spełnia warunki zadania, gdyż trójkąt CDP jest trójkątem równoramiennym ($l_1 = l_2$). Na drodze algebraicznej punkt P można wyznaczyć następująco. Niech $|AP| = x$, $|AB| = d$. Na podstawie twierdzenia Pitagorasa mamy wtedy:

$$x^2 + h_1^2 = l_1^2 \qquad (d-x)^2 + h_2^2 = l_2^2$$

Stąd wobec $l_1 = l_2$:

$$x^2 + h_1^2 = (d-x)^2 + h_2^2, \text{ czyli } x = \frac{d^2 - (h_1^2 - h_2^2)}{2d}$$

Słowa kluczowe: **zadania matematyczne, zjawiska fizyczne, geometryczne sposoby rozwiązywania zadań**

Literatura

- [1] Rygał G., Bryll A., *Metody geometryzacji zadań matematycznych*, książka w przygotowaniu do druku, Wydawnictwo Nowik, Opole 2015.

SECURITY PROTOCOL ANALYSIS WITH THE USE OF PROBABILISTIC TREES OF RUNS

Olga Siedlecka-Lamch¹, Mirosław Kurkowski², Jacek Piątkowski³

*^{1,3}Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

*²Institut Informatyki, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego,
Warszawa, Polska*

olga.siedlecka@icis.pcz.pl, m.kurkowski@uksw.edu.pl, jacekp@icis.pcz.pl

Since the inception of the idea of security protocols for network communication exists also a problem of verification of their correctness. We want to ensure that the protocol will not only be performed, but also have guarantee of confidentiality of transmitted data, participants authentication or distribution of new session keys. There are many formal methods to achieve this goal (deductive or model checking methods), many protocol specification languages (HLPSL [1], ProToc [4], CAPSL), and many tools for automatic verification like AVISPA [1], VerICS [2] or PathFinder [3] (which uses method of chains of states). However all of those analysis and test are made with one fundamental assumption: the assumption of perfect cryptography - the inability to decode the corresponding ciphertext without knowing the encryption key. Let's change the assumptions: communication does not require the strongest keys and security, generation and implementation of which will take a lot of resources. We need to match the level of security to the level of confidentiality of communications. We can therefore talk about an acceptable probability level of an attacker compromising and runs that faster or slower result in it.

On the basis of the constructed earlier model of chains of states [5], we can generate a probabilistic tree of protocol runs. We assume the existence of an intruder, who listens, gathers information and during the run of the protocol, he tries to break keys that occur during communication. Everything that was previously only straight path gains branching - is expanded by a probability distribution because of the likelihood of a breaking the key of sent message, and all keys that was used earlier - in previous step. After adding of the probability of breaking a key and generating a model for the assumed intruder model we can try to answer many interesting questions, for example:

- Is profitable to intruder to break all the keys from the set of keys that appear during communication, or perhaps a specified subset will be sufficient to obtain a complete information and made an attack? or perhaps just a subset of that received full information and made an attack?
- At which level intruder is able to get the full knowledge and which of the keys he will have to break?

Thus, counting the total probability of reaching the particular state in the tree, we can calculate which elements of communication require stronger and which weaker level of security.

Keywords: **verification of security protocols, probabilistic methods**

References

- [1] Armando, A., et. al.: *The AVISPA tool for the automated validation of internet security protocols and applications*. Proc. of 17th Int. Conf. on Computer Aided Verification (CAV'05), Springer, 2005, Vol. 3576 of LNCS, 281-285.
- [2] Kurkowski, M., Penczek, W.: *Verifying Security Protocols Modeled by Networks of Automata*, Fund. Inform., IOS Press 2007, Vol. 79 (3-4), 453-471.
- [3] Siedlecka-Lamch O., Kurkowski M., Szymoniak S., Piech H., *Parallel Bounded Model Checking of Security Protocols*, Proc. of PPAM'13, Springer Verlag, 2014, Vol. 8384 of LNCS, 224 – 234.
- [4] Kurkowski M., Grosser A., Piątkowski J., Szymoniak S., *ProToc - an universal language for security protocols specification*, Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer Verlag, 2015, Vol. 342, 237-248.
- [5] Siedlecka-Lamch O., Kurkowski M., Piech H., *A New Effective Approach for Modelling and Verification of Security Protocols*, Proceedings of 21th international Workshop on Concurrency, Specification and Programming (CS&P 2012) Humboldt University Press, Berlin, Germany, 2012, 191-202.

NOWE METODY ROZPOZNAWANIA WZORU NACZYŃ KRWIONOŚNYCH DŁONI Z WYKORZYSTANIEM CECH SZCZEGÓLNYCH - MINUCJI

Dorota Smorawa¹, Mariusz Kubanek^{1,2}

¹*Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

²*Wydział Informatyki, Europejska Uczelnia Informatyczno Ekonomiczna,
Warszawa, Polska*

dorota.smorawa@icis.pcz.pl, mariusz.kubanek@icis.pcz.pl

Analizując prowadzone do tej pory badania, spotyka się systemy biometryczne bazujące na różnych cechach, które są postrzegane jako niepowtarzalne, niezmiennie i niepodrabialne. Lecz niemalże w każdym z tych systemów jest możliwość podrobienia danej biometryki, bądź koszt używania systemu jest zbyt wysoki. Nowym podejściem w tworzeniu systemów biometrycznych jest wykorzystanie wzoru naczyń krwionośnych dłoni.

W artykule zostanie przedstawione nowe podejście do identyfikacji i weryfikacji osób na podstawie wzoru naczyń krwionośnych dłoni [1]. Do ekstrakcji cech szczegółowych wykorzystana zostanie dwuwymiarowa funkcja gęstości opisana poniższym wzorem:

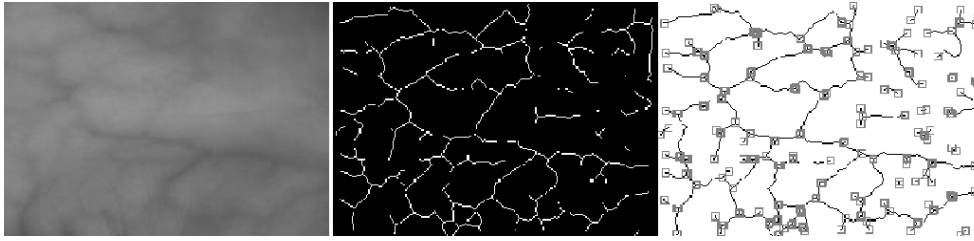
$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\delta^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)}{2\delta^2}\right) \quad (1)$$

Jednym z etapów jest zamodelowanie filtrów do lokalizacji krzywizn w kierunku poziomym, pionowym i obu diagonalnych, do czego wykorzystana zostanie pierwsza i druga pochodna dwuwymiarowej funkcji gęstości [2]. Na podstawie krzywizn wyznaczane będą maksima lokalnych punktów wzdłuż przekroju obrazu wejściowego. Kolejnym krokiem będzie połączenie wyznaczonych środków żył i wyznaczenie położenia wszystkich linii żył. Odbywać się to będzie na zasadzie sprawdzania m pikseli znajdujących się po prawej i lewej stronie od rozpatrywanego punktu (x, y) , wzdłuż przyjętego kierunku projekcji. Z tak wyznaczonych linii żył dla wszystkich czterech rozpatrywanych kierunków, tworzony jest końcowy wzór naczyń krwionośnych.

Do utworzenia wektora cech zastosowane zostaną charakterystyczne elementy, podobnie jak w przypadku minucji stosowanych przy analizie linii papilarnych palców, zakończenia oraz rozwidlenia żył. W pracy przedstawiony zostanie również sposób wyszukiwania położenia tych punktów charakterystycznych.

W badaniach wykorzystane zostały dwie bazy zdjęć, własna oraz baza CASIA MSPD – baza dostępna w Internecie. Każda z nich zawiera dane pobrane od 100 użytkowników, dla których zostało wykonane po 12 zdjęć lewej i prawej dłoni.

Do przeprowadzanych badań wykorzystany zostanie fragment dłoni o rozmiarze 256 x 256 pikseli.



Rys. 1. Detekcja naczyń krwionośnych oraz wyznaczenie punktów charakterystycznych

Słowa kluczowe: **dwuwymiarowa funkcja gęstości, wzór naczyń krwionośnych dłoni, minucje, weryfikacja osób**

Literatura

- [1] Kasprzak W., *Analiza obrazów dłoni na potrzeby biometrii*, Zeszyty Naukowe, 9-22.
- [2] Park K. R., *Finger vein recognition by combining global and local features based on SVM*, Computing and Informatics, 2011, 30, 295-309.

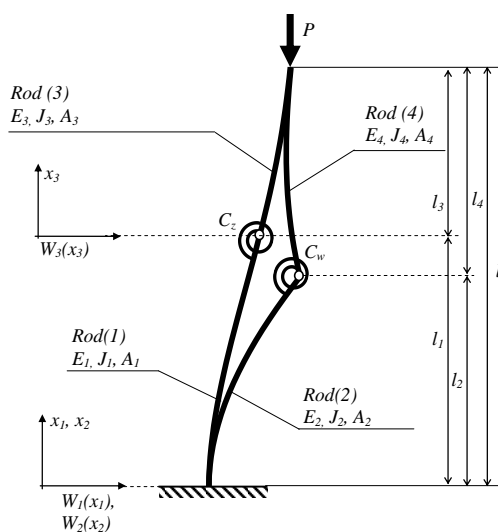
INSTABILITY OF A MULTI-MEMBER SLENDER SUPPORTING SYSTEM WITH CONSIDERATION OF CRACKS

Krzysztof Sokół, Sebastian Uzny

*Institute of Mechanics and Machine Design Foundation, Czestochowa University of Technology,
Czestochowa, Poland
sokol@imipkm.pcz.pl, uzny@imipkm.pcz.pl*

The slender supporting system (column) has much greater length than the cross section area. In this type of structure the most undesirable effects are: flutter instability, buckling and non-axially applied external load. The presence of the cracks is also very dangerous due to its influence on the dynamic as well as on static behaviour of the structure. When the static behaviour is taken into account the presence of cracks causes the change of loading capacity, but what is more dangerous the capacity may vary through the length of the column.

In this paper the geometrically nonlinear slender supporting cantilever system composed of two rods with many cracks has been investigated. The cracks are placed in each of rods and are simulated by means of rotational springs. The system is loaded by Euler's axially applied load at the free end of the column. The boundary problem is being formulated on the basis of the stationary of total potential energy. In the numerical studies an influence of the cracks sizes on instability and bifurcation load magnitude are presented.



Investigated supporting system

Keywords: **instability, cracks, bifurcation, slender systems**

DRGANIA OBCIĄŻENIA SWOISTEGO SPOCZYWAJĄCEGO MIEJSCOWO NA PODŁOŻU SPRĘŻYSTYM TYPU WINKLERA

Janusz Szmidla, Ilona Cieślińska-Gąsior

*Institut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
szmidla@imipkm.pcz.pl, cieslinskailona@wp.pl*

W pracy zaprezentowane zostaną wyniki badań teoretycznych i numerycznych kolumny geometrycznie liniowej poddanej działaniu obciążenia siłą śledzącą skierowaną do bieguna dodatniego, spoczywającej miejscowo na podłożu sprężystym Winklera o współczynniku sztywności K [1]. Pręt wsparto na pewnej długości podłożem sprężystym Winklera.

Obciążenie siłą śledzącą skierowaną do bieguna dodatniego realizowane jest poprzez głowice wymuszające i przyjmujące obciążenie, które są zbudowane z elementów o zarysie kołowym. Omawiane głowice są konstrukcjami rzeczywistymi, stosowanymi w badaniach eksperymentalnych układów ciągłych [2]. Biorąc pod uwagę całkowitą energię mechaniczną układu, zasadę Hamiltona oraz metodę małego parametru, sformułowano równania ruchu oraz warunki brzegowe rozpatrywanej kolumny. Na podstawie rozwiązania zagadnienia dynamiki układu, wyznaczono odpowiednie zależności, a następnie obliczono wartość przebiegu zmian częstości drgań własnych w funkcji obciążenia zewnętrznego przy uwzględnieniu parametrów usytuowania i długości podłoża sprężystego typu Winklera [3].

Słowa kluczowe: **częstość drgań, kolumna geometrycznie liniowa, układy smukłe**

Literatura

- [1] Szmidla J., *Drgania swobodne i stateczność układów smukłych poddanych obciążeniu swoistemu*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2009.
- [2] Kasprzycki A., *Opis techniczny struktur obciążających kolumny*, L. Tomski [red.], Drgania swobodne i stateczność układów podanych działaniu obciążenia swoistego, Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Fundacja „Książka Naukowo-Techniczna” Warszawa 2007.
- [3] Szmidla J., *Drgania i stateczność kolumny geometrycznie nieliniowej spoczywającej częściowo na podłożu sprężystym typu Winklera*, L. Tomski [red.], Drgania swobodne i stateczność obiektów smukłych jako układów liniowych lub nieliniowych, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Fundacja „Książka Naukowo-Techniczna”, Warszawa 2007, 251 - 294.

**WPLYW JEDNOPARAMETROWEGO PODŁOŻA WINKLERA
KOLUMNY GEOMETRYCZNIE NIELINIOWEJ PODDANEJ
OBCIĄŻENIU SIŁĄ SKIEROWANĄ DO BIEGUNA DODATNIEGO
NA TYP UKŁADU**

Janusz Szmidla, Anna Jurczyńska

*Institut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

szmidla@imipkm.pcz.czyst.pl, a.jurczynska@imipkm.pcz.pl

Smukłe układy sprężyste, które tracą stateczność przez wyboczenie zaliczyć można do jednego z dwóch typów: dywergencyjnego lub dywergencyjnego pseudoflatterowego. Celem pracy jest wyznaczenie kryterium, które określa nachylenie krzywej drgań własnych na płaszczyźnie obciążenie zewnętrzne – częstość drgań własnych. W zależności od wzajemnej relacji pomiędzy obciążeniem zewnętrznym, parametrem długości cięgna określającym kierunek działania siły oraz częstością drgań, krzywe charakterystyczne układu mogą przyjmować nachylenie dodatnie, zerowe bądź ujemne. Na podstawie tego analizowany układ zalicza się do typu dywergencyjnego lub dywergencyjno pseudoflatterowego. Wykorzystane w pracy kryterium utraty stateczności pozwala na określenie zakresów parametrów sztywności podłoża Winklera oraz długości cięgna, w których analizowana kolumna jest typu dywergencyjnego lub dywergencyjno pseudoflatterowego.

W pracy analizie poddano kolumnę geometrycznie nieliniową, miejscowo spoczywającą na jednoparametrowym podłożu sprężystym Winklera. Rozpatrywany układ obciążono siłą skierowaną do bieguna dodatniego. Kolumnę zbudowano z trzech prętów połączonych masą skupioną, zapewniającą równość ugięć i kątów ugięć na swobodnym końcu, przy czym zakłada się stałą wartość sumy sztywności na zginanie układu. Środkowy pręt wsparto na pewnym odcinku podłożem sprężystym Winklera.

Energię mechaniczną układu określono przy wykorzystaniu teorii Bernoulliego – Eulera. W oparciu o zasadę Hamiltona wyznaczono zależności na różniczkowe równania ruchu, warunki brzegowe oraz warunki ciągłości. Zagadnienie rozwiązano za pomocą metody małego parametru.

Słowa kluczowe: **układy smukłe, stateczność, podłoże sprężyste Winklera**

WPLYW GEOMETRYCZNEJ NIELINIOWOŚCI SŁUPA RAMY PŁASKIEJ TYPU Γ REALIZUJĄCEJ OBCIĄŻENIE SIŁĄ ŚLEDZĄCĄ SKIEROWANĄ DO BIEGUNA DODATNIEGO NA JEJ STATECZNOŚĆ

Janusz Szmidla, Justyna Wiktorowicz

*Institut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

szmidla@imipkm.pcz.pl, wiktorowicz@imipkm.pcz.pl

W pracy zaprezentowane zostaną wyniki rozważań teoretycznych i badań numerycznych mających na celu wyznaczenie obszarów lokalnej i globalnej niestateczności [1] płaskiej ramy typu Γ z geometrycznie nieliniowym słupem, obciążonej siłą śledzącą skierowaną do bieguna dodatniego [2].

Biorąc pod uwagę całkowitą energię potencjalną układu wyznaczone zostaną równania przemieszczeń poprzecznych oraz warunki brzegowe, niezbędne do rozwiązania zagadnienia. Na podstawie statycznego kryterium stateczności wyznaczony zostanie wpływ zmiennej sztywności na zginanie oraz wpływ parametrów geometrycznych i fizycznych płaskiej ramy na wartość obciążenia bifurkacyjnego. Dodatkowo określony zostanie zakres lokalnej i globalnej utraty stateczności układu [3]. Wyniki obliczeń numerycznych zostaną odniesione do odpowiednich wartości obciążenia krytycznego liniowej ramy (porównawczej) [4].

Słowa kluczowe: **mechanika obliczeniowa, statyka, układy smukłe**

Literatura

- [1] Tomski L., *Obciążenia układów oraz układy swoiste*, L. Tomski [red.], Drgania swobodne i stateczność obiektów smukłych jako układów liniowych lub nieliniowych, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Fundacja „Książka Naukowo-Techniczna”, Warszawa 2007.
- [2] Tomski L., Szmidla J., *Drgania swobodne i stateczność obiektów smukłych, jako układów liniowych lub nieliniowych*, L. Tomski [red.], Drgania swobodne i stateczność układów podanych działaniu obciążenia swoistego, Wydawnictwo Naukowo- Techniczne Fundacja „Książka Naukowo-Techniczna”, Warszawa 2007.
- [3] Kounadis A. N., *Static stability analysis of elastically restrained structures under follower forces*, Amer., Inst. Aeron. Astr. J., 1980, 18, 4, 473 – 476.
- [4] Szmidla J., *Drgania swobodne i stateczność układów smukłych poddanych obciążeniu swoistemu*, rozdział V, Drgania własne i stateczność ram płaskich poddanych działaniu obciążenia swoistego, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2009.

TIMED MODELS OF SECURITY PROTOCOLS INCLUDING DELAYS IN THE NETWORK

Sabina Szymoniak¹, Mirosław Kurkowski², Jacek Piątkowski¹

¹*Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska*

²*Institut Informatyki, Uniwersytet Kard. St. Wyszyńskiego,
Warszawa, Polska*

sabina.szymoniak@icis.pcz.pl, jacek.piatkowski@icis.pcz.pl, m.kurkowski@uksw.edu.pl

Ensure an appropriate level of information transmission security is a very important part of the network and computer systems. Security is based primarily on properly selected communication security protocol. In these protocols are commonly used encryption and random numbers (*nonces*), which are intended to identify positively consecutive communication sessions. However, when the protocol is continued after the break in time, we can not assume that the key used to encrypt the message has already been broken. Here there is a possibility to make the so-called re-play attack in which the intruder uses the old ciphertext. In order to confirm the time to send a message are used timestamps. This allows to reject these communication sessions, which have a very long duration and thus avoiding attacks [3].

One of the protocols that use the timestamps is symmetric Wide Mouth Frog protocol. This protocol aims to establish a new session key. Session keys are used to encrypt information during a single session. Wide Mouth Frog protocol has a very simple structure. It occurs in two users (labeled as A and B) and so-called a trusted server (labeled as S). The server mediates the exchange of the session key between A and B and in the mutual authentication of users. Wide Mouth Frog design consists of two steps. In a first step A sends a request to the server to communicate with B, with the corresponding timestamp. The server after verification of the user sends an appropriate message to B, which will help him connect with A. Of course, each message is encrypted symmetric key shared between the user sending the message and the server [1].

It is worth noting that the very design of correct protocols is a very difficult task. Given protocol may be susceptible to even the simplest attacks. Therefore there is a need to verify the modeling operations and security protocols. In modeling the very important role of user knowledge about keys or nonces that users acquire during the protocols execution. Formal verification of protocols using formal description of the protocol, in the specification language. However, during the verification of time-dependent protocols should take into consideration the appropriate conditions for the generation new time items, or run-time protocol.

The main methods of verification are simulations and the formal modeling and verification. The simulations are based on actual testing systems, or to simulate the operation of these systems using virtual machines. The second method involves the construction of special mathematical structures that describe the executions of all actions in the study protocol defined space [3].

Among the formal methods can be replaced inductive methods, deductive and model checking. The first method, to prove the fulfillment of certain properties by the protocol, uses mathematical induction. Deductive method requires to construct a deductive system (logic). However, in the model checking for the study of the protocol executions are created formal mathematical models in the form of appropriate transitions systems [2].

Such models can be built using the so-called timed automata. Then can be model the time needed both to generate and send the whole message of that news, as well as networks delays. These delays are related to the transition time of a message between the sender and the recipient, the network links [2]. So far, during the modeling and verification of security protocols were not modeled delay in the network. This problem is very important mainly from a practical point of view. Persons forming network infrastructure needs such verification report to check for proper operation and susceptibility to attack the infrastructure built by them before actually starts. The paper will be presented a new model of security protocols performances taking into account the delay in networks.

Keywords: **informatics, mathematical models**

References

- [1] M. Kurkowski, A. Grosser, J. Piątkowski, S. Szymoniak, *ProToc - an universal language for security protocols specification*, Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer Verlag, 2015vol. 342, 237-248.
- [2] M. Kurkowski, *Formalne metody weryfikacji własności protokołów zabezpieczających w sieciach komputerowych*, s. 208, wyd. Exit, Warszawa, 2013.
- [3] M. Kurkowski, W. Penczek, *Applying timed automata to model checking of security protocols*, J. Wang [red], *Handbook of Finite State Based Models and Applications*, Chapman and Hall/CRC Press, 2013, 223-254.

MODELOWANIE POLATEMPERATURY NAPAWANIA – UJĘCIA ANALITYCZNE

Jerzy Winczek

*Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
winczek@imipkm.pcz.czyst.pl*

Zużycie elementów maszyn pracujących w trudnych warunkach eksploatacyjnych jest na ogół intensywne. Napawanie jest wówczas racjonalnym zabiegiem. Celem napawania jest odtworzenie pierwotnego kształtu elementu (uzupełnienie ubytków) bądź też uzyskanie lepszych własności powierzchni. Pełna analiza stanów termomechanicznych napawania wymaga znajomości pola temperatury. Punktem wyjścia w modelowaniu pola temperatury jest przyjęcie odpowiedniego źródła ciepła, odtworzenie odpowiedniego ruchu elektrody i jej położenia względem napawanego przedmiotu.

W pracy korzystając z rozwiązania równania przewodnictwa ciepła przedstawiono analityczny opis pola temperatury dla technologicznych przypadków napawania jednościgowego i wielościgowego, w tym również dla coraz powszechniej stosowanego napawania z wahadłowym ruchem głowicy w poprzek kierunku napawania. Rozważono pozycje elektrody: prostopadłą do powierzchni napawanego przedmiotu oraz pochyloną względem kierunku jej ruchu. W opisie pola temperatury przyjęto model masywny (spełniający warunki obowiązujące dla półprzestrzeni) ciała wykonanego z homogenicznego i izotropowego materiału o własnościach cieplno-mechanicznych niezależnych od temperatury. Podobnie jak w innych spotykanych w literaturze rozwiązaniach, pominięto ciepło przemian fazowych i ciepło Joule'a związane z napawaniem elektrycznym

Obok klasycznego rozwiązania uwzględniającego bezpośrednie oddziaływanie na napawany przedmiot całego ciepła wydzielonego przez łuk elektryczny, zamodelowanego w postaci objętościowego źródła ciepła o rozkładzie powierzchniowo-gaussowskim i parabolicznej zmianie po głębokości, zaproponowano model dwurozkładowy, znajdując uzasadnienie w sposobie przekazywania ciepła do napawanego przedmiotu. W modelu przyjęto fizycznie jedno źródło ciepła – łuk elektryczny. Natomiast pole temperatury opisano sumując przyrosty temperatury, wywołane przez ciepło przekazywane do napawanego przedmiotu bezpośrednio łukiem elektrycznym oraz poprzez stopiony materiał elektrody, odtwarzający objętość i ciepło nadłożonej napoiny równych ilościowo objętości i ciepła roztopionego metalu elektrody. Dla nakładanej napoiny przyjęto źródło ciepła o parabolicznym kształcie, odpowiadającym przekrojowi poprzecznemu napoiny, natomiast dla łuku elektrycznego źródło o rozkładzie gaussowskim.

W przypadku wielokrotnego napawania nałożenie kolejnej napoiny powoduje ponowne nagrzewanie i częściowe przetopienie napoin wcześniej wykonanych skutkujące skomplikowanymi historiami cykli cieplnych w poszczególnych miejscach napawanego przedmiotu, co uwzględniono w algorytmach obliczeniowych.

Teoretyczne rozważania zilustrowano przykładami obliczeń dla wybranych technologicznych przypadków napawania metodą GMA (Gas Metal Arc) korzystając z autorskich programów wykonanych w środowisku programistycznym Borland Delphi.

Prezentowane w pracy ujęcia pozwalają na obliczenie pola temperatury w wielokrotnie napawanych elementach stalowych i staliwnych. Tym sposobem określono strefy wpływu ciepła (SWC), w tym obszarów pełnej i niepełnej przemiany fazowej, a także strefy przetopienia oraz spawalnicze cykle cieplne.

Analiza rezultatów obliczeń pola temperatury dla różnych kątów nachylenia względem jej kierunku ruchu wykazała, że pochylenie źródła ciepła powoduje zmniejszenie głębokości nagrzewania materiału. W przypadku napawania z kątem pochylenia elektrody w stronę przeciwną do wektora jej prędkości uzyskuje się szerszą, ale płytszą strefę wpływu ciepła, natomiast przez pochylenie elektrody zgodnie z wektorem jej prędkości uzyskano najwęższą i najgłębszą strefę wpływu ciepła, co znajduje potwierdzenie w prezentowanych w literaturze wynikach badań doświadczalnych.

W odniesieniu do modelu pola temperatury, uwzględniającego ciepło przekazywane przez stopiony materiał elektrody oraz promieniowanie cieplne od ruchomej elektrody, uzyskana poprawność rozwiązania została potwierdzona doświadczalnie przez porównanie obliczonej linii wtopienia z wynikami uzyskanymi eksperymentalnie przez innych badaczy.

Analiza wyników przeprowadzonych symulacji numerycznych pozwoliła na sformułowanie następujących wniosków:

- złożone cykle cieplne w przypadku napawania wielościęgowego, szczególnie w przypadku stosowania ściegu zakosowego, powodują wielokrotne zmiany temperatury w szerokim zakresie wartości, skutkujące równie częstymi przemianami fazowymi w strefie wpływu ciepła,
- zaproponowany model pola temperatury, uwzględniający pochylenie elektrody względem kierunku napawania, pozwala na oszacowanie wpływu tego pochylenia na rozkład temperatury, głębokość nagrzania przedmiotu do określonej temperatury i wielkość strefy wpływu ciepła,
- uwzględnienie ciepła roztopionego materiału elektrody w modelowaniu pola temperatury umożliwi dokładniejsze odwzorowanie kształtu linii wtopienia.

Słowa kluczowe: **spawanie, napawanie, ruchome źródło ciepła, pole temperatury, modelowanie matematyczne**

WYZNACZENIE ŚCIEŻKI PRZEJŚCIA ŹRÓDŁA CIEPŁA DLA PROCESU OBRÓBKII CIEPLNEJ Z WYKORZYSTANIEM ALGORYTMÓW GENETYCZNYCH

Joanna Wróbel, Adam Kulawik

*Institut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
joanna.wrobel@icis.pcz.pl, adam.kulawik@icis.pcz.pl*

W elementach obrabianych cieplnie mamy do czynienia ze złożonym stanem naprężenia. Jest on nieodłącznie związany ze zmianami temperatury oraz przemianami fazowymi. Wpływają one negatywnie na stabilność wymiarową konstrukcji, powodują jej odkształcenia, a także zwiększają podatność na pękanie. Ze względu na możliwość poprawy własności materiału poprzez odpowiednią kontrolę składu fazowego, szeroko stosowana jest obróbka cieplna. Z powodu złożoności zjawisk mających miejsce podczas obróbki cieplnej, w celu optymalizacji parametrów takiego procesu, często wykorzystuje się modelowanie numeryczne. Do wspomagania procesu optymalizacji parametrów procesu obróbki cieplnej, ze względu na mnogość analizowanych danych, zastosowano algorytmy genetyczne. Podejście takie pozwala przeprowadzić automatyczną analizę otrzymywanych wyników z modelu numerycznego i wyodrębnić optymalne rozwiązanie.

W pracy, w celu optymalizacji parametrów procesu obróbki cieplnej, zaproponowano modele numeryczne: zjawisk cieplnych, przemian fazowych i zjawisk mechanicznych (zadania 2D). Pola temperatury uzyskano z rozwiązania równania przewodzenia ciepła metodą elementów skończonych. Przesuwające się źródło ciepła przyjęto o gaussowskim rozkładzie mocy, a chłodzenie realizowano w powietrzu. Do określenia kinetyki przemian fazowych w stanie stałym wykorzystano makroskopowy model oparty na analizie wykresów CTP stali średniowęglowej. Stan naprężenia uzyskano rozwiązując równania równowagi metodą elementów skończonych. W związkach konstytutywnych uwzględniono odkształcenia termiczne oraz strukturalne. Na podstawie analizy uzyskanych rozkładów naprężeń zdefiniowano funkcje celu - ocenić minimalną wielkość obszaru występowania naprężeń efektywnych przekraczających granicę plastyczności. Opracowany model oparty na algorytmach genetycznych pozwala ustalić obszar zalegania struktury martenzytycznej, a tym samym dobrać odpowiednią ścieżkę przejścia źródła ciepła.

Słowa kluczowe: **algorytmy genetyczne, naprężenia, ścieżka przejścia źródła ciepła**

WPLYW MACIERZY MASOWEJ NA MIAROWOŚĆ ZMIAN TEMPERATUROWYCH PODCZAS PROCESU PRZEWODZENIA CIEPŁA

Maria Zych

*Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska
maria.zych@icis.pcz.pl*

W pracy przedstawiono analizę wpływu macierzy masowej na miarowość zmian temperaturowych podczas symulacji komputerowych (z użyciem metody elementów skończonych) procesu przewodzenia ciepła. Uwzględnienie miarowości zmian temperaturowych tego zjawiska jest wymagane podczas symulacji krzepnięcia stopów dwuskładnikowych. Równanie Fouriera:

$$\nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

przekształcono do postaci równania macierzowego :

$$KT + M\dot{T} = b \quad (2)$$

Poddano analizie algorytm budowania globalnej macierzy masowej. Postać iloczynu współczynnika uwzględniającego pole powierzchni elementu i jednej z proponowanych w literaturze macierzy :

a) pełnej:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

b) diagonalnej:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

c) skondensowanej (ang. Lumped):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Zbadano i porównano miarowość zmian temperatur w węzłach siatki dwuwymiarowej we wszystkich trzech powyżej zaprezentowanych przypadkach macierzy.

Dodatkowo modyfikacja oprogramowania inżynierskiego użytego w badaniach pozwala na implementację dowolnych lokalnych macierzy masowych. Zmiana wartości macierzy wpływa na współczynniki globalnej macierzy masowej, obliczanej podczas rozwiązywania układu równań (2). Odkryto, że zmiany wpływają na tempo zmian temperaturowych, tj. proces stygnięcia lub ogrzewania zachodzi szybciej bądź wolniej w zależności od użytej macierzy (3), (4) lub (5).

Własne modyfikacje porównano z wynikami otrzymanymi z innych symulacji inżynierskich, bazujących na programie NuscaS. Pozwoli to na dobór odpowiedniego modułu obliczeniowego do przyszłych autorskich symulacji procesów krzepnięcia stopów dwuskładnikowych.

Słowa kluczowe: **przewodzenie ciepła, zmiany temperaturowe, macierz**

Literatura

- [1] Szczygiol N., *Modelowanie numeryczne zjawisk termomechanicznych w krzepnącym odlewie i formie odlewniczej*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2000.
- [2] Szczygiol N., Szwarz G., *Application of enthalpy formulations from numerical simulation of castings solidification*, Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences 2011, 8: 99-120.
- [3] Shen R. Wu, *Lumped mass matrix in explicit finite element method for transient dynamics of elasticity*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2006, 195, 5983–5994.
- [4] Gawrońska E., Szczygiol N., *Stability of the mixed time partitioning methods in relation to the size of time step*, Special Issue: 82nd Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik), *GAMM'2011*, 18-21 April 2011, Graz, Austria, 467-468.
- [5] Gawrońska E., Szczygiol N., *Application of mixed time partitioning methods to raise the efficiency of solidification modeling*, 12th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, SYNASC'2010, 23-26 September 2010, Timisoara, Romania, 99-103.
- [6] Wood W.L., *Partical Time-setepping Schemes*, Clarendon Press, Oxford 1990.